



ДИОФАНТ

ЕЛЕКТРОНСКИ ЧАСОПИС ЗА ДОДАТНУ НАСТАВУ МАТЕМАТИКЕ



Република Србија

Министарство просвете,
науке и технолошког развоја

ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ Лепосавић 03-08.јул 2022.



Лепосавић 2022



МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ
Диофант
ВАЉЕВО



ГОДИНА I – БРОЈ 30
ЛЕПОСАВИЋ – ЈУЛ 2022.

ДИОФАНТ

Електронски часопис за
додатну наставу математике

Година 1.

Број 30

Лепосавић, јул 2022.

Уредник часописа:

др Војислав Андрић (voja.andric@gmail.com)

Издавач:

Математички клуб „Диофант“ Ваљево,

14000 Ваљево, Поп Лукина 38

Телефон 065 291 22 00; е – mail: diofant2020@gmail.com

Све прилоге, предлоге и примедбе слати путем електронских адреса:

diofant2020@gmail.com и voja.andric@gmail.com

Часопис је бесплатан

Излази повремено и по потреби

ISSN (Online) 2812-9520

САДРЖАЈ ¹

| | |
|---|----|
| • Најкраће о Летњој школи | 4 |
| • Институције и појединци који су подржали Летњу школу | 5 |
| • План рада | 6 |
| • Учесници | 7 |
| • Настава – 3. разред | 15 |
| • Настава – 4. разред | 26 |
| • Настава – 5. разред | 36 |
| • Настава – 6. разред | 48 |
| • Настава – 7. разред | 59 |
| • Диофантово математичко такмичење (задаци и решења) | 69 |
| • Резултати такмичења, турнира и квизова у Летњој школи | 80 |

¹ Овај број електронског часописа „Диофант“ у потпуности је посвећен Летњој школи младих математичара Косова и Метохије – Лепосавић 2022.

НАЈКРАЋЕ О ЛЕТЊОЈ ШКОЛИ

Идеја о Летњој школи младих математичара за децу са Косова и Метохије родила се после једне телевизијске емисије о седам векова манастира Грачанице. Покушано је да се у Грачаници нађе адекватан простор за смештај и исхрану деце, али је тај покушај остао без успеха, јер у Грачаници не постоји интернат, студентски дом ... или неки сличан простор у коме би било могуће окупити педесет и више деце.

Алтернатива је била Лепосавић у коме постоје два студентска дома и уз свесрдну помоћ Министарства просвете, науке и технолошког развоја, ствар је почела да се одмотава, јер је најважнији део организационе шеме (смештај и исхрана деце) решен. Уз помоћ Школске управе у Косовској Митровици и школа у општини Лепосавић, дошло се до списка потенцијалних учесника Летње школе, а све остало је затим била техника. Пронађени су добри људи чије су фирме својим материјалним или радним доприносом обезбедили све остале предуслове за реализацију Летње школе и школа је могла да почне.

Летња школа младих математичара Косова и Метохије – Лепосавић одржана је у периоду од 3. до 8. јула 2022. у Лепосавићу. Било је пријављено 80 ученика, али су неки отказали (вероватно оправдано), а неки се из непознатих разлога нису уопште појавили. Летња школа је реализована уз учешће 62 ученика. Наставни програм од 25 тема (5 разреда по 5 тема) реализовало је шест предавача, а у реализацији школе учествовала су и три асистента. Поред наставног програма који је садржао занимљиве теме намењене проширивању и продубљивању математичких знања ученика, реализован је и богат програм ваннаставних активности у оквиру кога је било и излета, квизова, математичких такмичења, турнира у шаху и стоном тенису, такмичења у решавању судоку проблема и „Мица“ такмичења у оквиру кога је од заборавача сачувана наша прелепа и веома занимљива национална логичко-комбинаторна игра „Мица“. У склопу програма треба поменути и свечано отварање и завршну свечаност које су дале посебан печат утиску о реализацији Летње школе. Учесници су се дружили и врло брзо је успостављен мост пријатељства између деце из разних крајева Косова и Метохије, чему су значајно допринели ученици из општине Лепосавић својим срдчним и домаћинским односом.

Организацију и реализацију Летње школе младих математичара Косова и Метохије – Лепосавић 2022. потписује Математички клуб „Диофант“ из Ваљева који се својски трудио да све планиране акције уклопи у складан дневни програм и учини Летњу школу што занимљивијом и мотивационо прихватљивијом за њене учеснике. Колико се у томе успело показале анонимна анкета која је у току, али је сигурно да није све било идеално и да искустава стечена у реализацији овакве једне акције могу дати позитивне поуке и стручно-педагошке импулсе који ће допринети да наредна окупљања младих математичара са Косова и Метохије буду и садржајнија и још боље организована.

Математички клуб „Диофант“ из Ваљева се најискреније захваљује свим институцијама и појединцима који су нам помогли у организацији и реализацији Летње школе младих математичара Косова и Метохије уз реална очекивања да ће се веома коректна сарадња исказана у реализацији овогодишње Летње школе наставити и резултати новим окупљанима деце обдарене и заинтересоване за математику.

др Војислав Андрић

ИНСТИТУЦИЈЕ И ПОЈЕДИНЦИ
КОЈИ СУ КАО ПОКРОВИТЕЉИ. ДОНАТОРИ ИЛИ САРАДНИЦИ
ПОДРЖАЛИ РЕАЛИЗАЦИЈУ
ЛЕТЊЕ ШКОЛЕ МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ -
ЛЕПОСАВИЋ 2022.

| | |
|--|---|
| Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије | др Милан Пашић Јасмина Ђелић Марина Хасановић Иван Запорожац Драгана Антонијевић Бојана Бешовић Соња Дутина |
| Општина Лепосавић | Зоран Тодић Бранимир Вукадиновић Александра Баловић |
| Основна школа „Лепосавић“ | Силвана Маговчевић Бојан Милосављевић |
| Културни центар „Сава Дечанац“ | Гојко Миливојевић |
| Факултет уметности Универзитета у Приштини са привременим седиштем у Косовској Митровици | проф. др Естер Милентијевић проф. др Драгана Сарајлић |
| КУД „Копаник“ Лепосавић | Ђорђе Лакушић |
| Фондација Алек Кавчић | проф. др Александар Кавчић |
| Предузеће „Блист“ - Ваљево | Александар Блажић |
| Предузеће „Одри принт“ - Ваљево | Радован Којић |
| Предузеће „Х бренд“ - Ваљево | Владимир Марић |
| Расина Енергогас - Крушевац Ватерполо клуб „Партизан“ - Београд | Јован Лазаревић |



МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
 ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ - ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

ПЛАН РАДА

ЛЕТЊЕ ШКОЛЕ МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА - ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. 7. 2022.

| ВРЕМЕ | РАЗРЕД | ПОНЕДЕЉАК 04.07.2022. | УТОРАК 04.07.2022. | СРЕДА 04.07.2022. | ЧЕТВРТАК 04.07.2022. | ПЕТАК 04.07.2022. |
|----------------|--------|---|---|---|--|---|
| 09:00 11:30 | 3. | Славица Ђукић: Дешифровање рачунских операција | Љиљана Врачар: Природни бројеви и операције (до 1000) | Верица Марковић: Решавање проблема методом теразија | Војислав Андрић: Обим троугла. Квадрата и правоуг. | Славица Ђукић: Логичко- комбинаторни задаци |
| 09:00 11:30 | 4. | Војислав Андрић: Површина квадрата и правоугоника | Верица Марковић: Решавање проблема методом правоугаон | Славица Ђукић: Коцка и квадар. | Љиљана Врачар Пребројавање скуп. Бројева и фигура | Љиљана Врачар: Проблеми тешких ситуација |
| 09:00 11:30 | 5. | Ивана Радуловић: Разломци | Војислав Андрић: Делљивост и прости бројеви | Слађана Раловић: Угао | Славица Ђукић: Мозаик задаци | Верица Марковић: Осна и централна симетрија и примене |
| 09:00 11:30 | 6. | Слађана Раловић: Операције у скупу целих бројева | Ивана Радуловић Подударност троуглова и примене | Љиљана Врачар: Процент и пропорција | Верица Марковић Површина троугла и четвороугла | Војислав Андрић: Одабрани задаци о четвороуглу |
| 09:00 11:30 | 7. | Верица Марковић: Нелинеарне Диофантове једначин | Славица Ђукић: Обим и површина круга | Војислав Андрић: Увод у комбинаторику. | Слађана Раловић: Питагорина теорема и примене | Ивана Радуловић: Централни и периферијски угао |
| 11:30 | | | | | Диофантов математички турнир | Завршна свечаност |
| 15:00 | | Домаћи задаци (1) | Домаћи задаци (2) | Домачћи задаци (3) | Домаћи задаци (4) | КРАЈ |
| 15:00 | | Стони тенис (1) | Излет у манастир Бањска | Стони тенис (2) | Мица турнир (2) | |
| 17:30 | | Судоку слагалице | | Турнир у шаху (1) | Турнир у шаху (2) | |
| 20:00 | | Математички квиз | Судоку турнир (1) | Мица турнир (1) | Турнир у шаху (2) | |

УЧЕСНИЦИ

ЛЕТЊЕ ШКОЛЕ МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

3. РАЗРЕД

- | | |
|------------------------|--|
| 1. Василије Бранковић | ОШ “Вук Караџић” , Сочаница |
| 2. Војин Ђоковић | ОШ “Вук Караџић” , Сочаница |
| 3. Вукан Јовановић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 4. Вукан Касаловић | ОШ “Благоје Радић” , Зупче |
| 5. Дуња Јеринић | ОШ “Марко Рајковић” , Врбовац |
| 6. Дуња Милосављевић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 7. Калина Јанићијевић | ОШ "Вељко Дугошевић", Ранилуг |
| 8. Кристијан Јаснић | ОШ "Стана Бачанин" , Лешак |
| 9. Маша Јокић | ОШ “Вук Караџић” , Звечан |
| 10. Михајло Дејковић | ОШ "Вук Караџић" Гњилане , Шилово |
| 11. Николина Тодоровић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 12. Петар Несторовић | ОШ “Вук Караџић” , Сочаница |
| 13. Страхиња Чоловић | ОШ "Стана Бачанин" , Лешак |
| 14. Теодора Јелић | ОШ "Бранко Радичевић" , Косовска Митровица |
| 15. Теодор Секулић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 16. Џон Стефановић | ОШ "Стана Бачанин" , Лешак |



4. РАЗРЕД

- | | |
|-----------------------|---------------------------------------|
| 1. Андрија Касаловић | ОШ “Благоје Радић” , Зупче |
| 2. Вук Чукић | ОШ "Стана Бачанин" , Лешак |
| 3. Давид Јеринић | ОШ “Марко Рајковић” , Врбовац |
| 4. Илија Георгијев | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 5. Марта Николић | ОШ “Вук Караџић” , Сочаница |
| 6. Николина Јоковић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 7. Новак Моковић | ОШ "Стана Бачанин" , Лешак |
| 8. Павле Раловић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 9. Софија Петровић | ОШ "Стана Бачанин" , Лешак |
| 10. Сташа Јовановић | ОШ " Свети Сава" , Косовска Митровица |
| 11. Стефан Максимовић | ОШ “Краљ Милутин” , Грачаница |



5. РАЗРЕД

| | | |
|-----|-----------------------|---|
| 1. | Аврам Александровић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 2. | Анастасија Андријевић | ОШ "Шарски одред", Севце |
| 3. | Андреј Михајловић | ОШ "Краљ Милутин", Грачаница |
| 4. | Андрија Петровић | ОШ "Милан Ракић", Бабин Мост |
| 5. | Вељко Бишевац | ОШ "Јован Цвијић", Зубин Поток |
| 6. | Јана Милосављевић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 7. | Лазар Новокмет | ОШ "Бранко Радичевић", Косовска Митровица |
| 8. | Лазар Фремић | ОШ „Вук Караџић“ Гњилане, Шилово |
| 9. | Лена Вукојевић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 10. | Лена Ивановић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 11. | Марија Ђоровић | ОШ "Стана Бачанин", Лешак |
| 12. | Михајло Јовановић | ОШ "Доситеј Обрадовић", Партеш |
| 13. | Невена Бараћ | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 14. | Николина Јовановић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 15. | Николина Миладиновић | ОШ "Стана Бачанин", Лешак |



6. РАЗРЕД

- | | | |
|-----|-----------------------|--|
| 1. | Александар Максимовић | ОШ “Краљ Милутин” , Грачаница |
| 2. | Ана Благојевић | ОШ “Вук Караџић” , Сочаница |
| 3. | Андреа Арсенијевић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 4. | Анђела Чанаћевић | ОШ “Стаја Марковић” , Штрпце |
| 5. | Вук Миленковић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Горње Кусце |
| 6. | Јанко Радосављевић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 7. | Јован Јакшић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток |
| 8. | Маја Јовановић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Горње Кусце |
| 9. | Милан Костић | ОШ "Бранко Радичевић" , Косовска Митровица |
| 10. | Милица Кадић | ОШ "Стана Бачанин" , Лешак |
| 11. | Наталија Радосављевић | ОШ "Стана Бачанин" , Лешак |
| 12. | Огњен Поповић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 13. | Хелена Лакићевић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |



7. РАЗРЕД

| | | |
|----|-----------------------|---|
| 1. | Андрија Краговић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток |
| 2. | Здравко Лазовић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 3. | Јана Батачанин | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 4. | Магдалена Миливојевић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 5. | Немања Андрић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић |
| 6. | Павле Поповић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток |
| 7. | Хелена Васић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Горње Кусце |



ПРЕДАВАЧИ

| | | |
|----|-----------------------|-----------|
| 1. | проф. Верица Марковић | Земун |
| 2. | др Војислав Андрић | Ваљево |
| 3. | проф. Ивана Радуловић | Лепосавић |
| 4. | проф. Љиљана Врачар | Земун |
| 5. | проф. Славица Ђукић | Земун |
| 6. | проф. Слађана Раловић | Лепосавић |

АСИСТЕНТИ

| | | |
|----|--------------------|----------|
| 1. | Александар Унчанин | Нови Сад |
| 2. | Лав Ивановић | Нови Сад |
| 3. | Урош Јаковљевић | Нови Сад |







НАСТАВА



3. РАЗРЕД

ТЕМА: ДЕШИФРОВАЊЕ РАЧУНСКИХ ОПЕРАЦИЈА 04.07.2022.

1. У наредним задацима уместо звездица треба написати одговарајуће цифре тако да наведене операције буду тачно извршене

а) $125 + 467 = ***$

б) $548 + *** = 785$

в) $789 - *** = 396$

г) $*** - 297 = 543$

д) $36^* + 5^*7 = *41$

ђ) $7^*2 - *38 = 29^*$

е) $*** - ** = 1$

ж) $** + ** = 196$

з) $*** - * = 997$

и) $*** + *** = 1997$.

2. У задацима који следе уместо слова треба написати одговарајуће цифре тако да различитим словима одговарају различите цифре и једнаким словима одговарају једнаке цифре, при чему су све наведене операције тачно извршене:

а) $A + AA + AAA = 615$;

б) $A + A5 + A6A = 849$;

в) $AA A + BB = 4A2$;

г) $A + AB + ABC = 479$;

д) $A + AA + AAA = BC1$;

ђ) $A + AA = BCD$;

е) $AA + AA = BAC$;

ж) $ABC + AB = BCC$;

з) $ABV + AV = BAA$.

3. Дешифруј операције:

а) $*7* + **6 = 348$;

б) $75* + *43 = *0*0$;

в) $**5 - 87* = *20$;

г) $9*1 - *6* = 52$;

д) $1*0* - 3*4 = 646$

4. Дешифруј одузимање: $*05 - 9* = **$.

5. Разлика једног троцифреног и једног двоцифреног броја је једноцифрен број већи од 8. Одреди те бројеве..

6. Збир два различита двоцифрена броја је 192. Који су то бројеви?

7. Дешифруј следећа множења и дељења:

а) $*6 \cdot 9 = *8*$;

б) $27* : 6 = *6$;

в) $3*8 : * = 4*$;

г) $AA \cdot A = 8A1$;

д) $AB \cdot B = CCB$;

ђ) $AAA \cdot A = CCC$;

е) $AA : B = CC$;

8. На колико начина се може број 180 изразити као производ два броја од којих је један из прве десетице?

9. Три дечака су рођена исте године и то у њеној првој половини. Производ редног броја дана и месеца рођења код све тројице је 120. Сва тројица су рођена у другој половини месеца. Да ли је могуће да они нису браћа (тројке)?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

Дешифровати следеће рачунске операције:

1) $A + AA + AAA = 369$.

2) $CAH + DAH = 456$.

3) $3*4 \cdot * = *28$.



МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

3. РАЗРЕД

ЉИЉАНА ВРАЧАР: ПРИРОДНИ БРОЈЕВИ ДО 1000

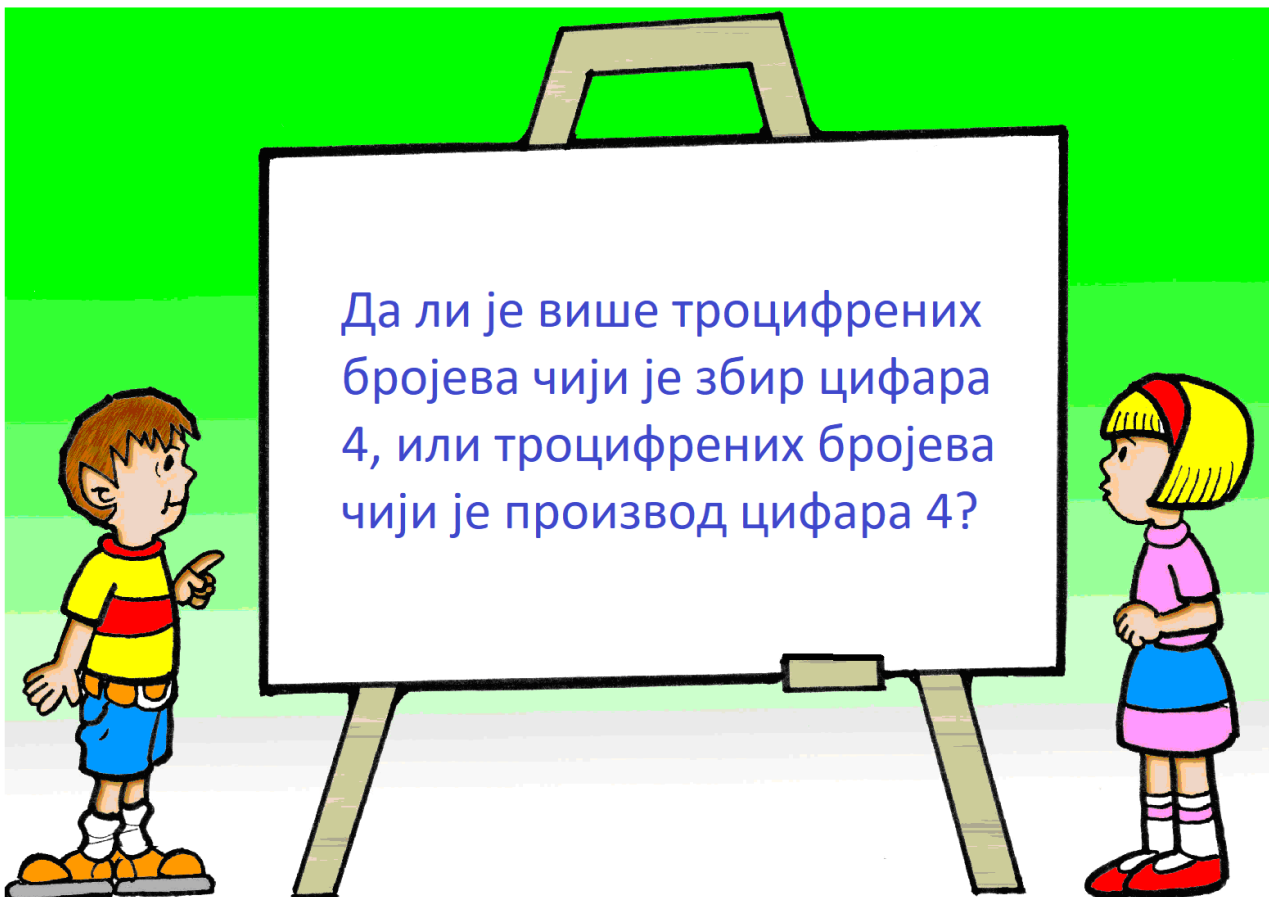
05.07.2022.

1. Напиши: а) најмањи број треће стотине; б) највећи број седме стотине; в) најмањи непаран број четврте стотине; г) највећи паран број девете стотине.
2. Дате су цифаре 0, 4, 7 и 9. Користећи дате цифре напиши најмањи и највећи троцифрен број ако се цифре: а) могу понављати; б) не могу понављати.
3. Написати најмањи и највећи троцифрен паран број чије су цифре а) једнаке; б) различите; в) две парне, а једна непарна; г) две непарне, а једна парна; д) све три непарне.
4. За колико се разликују најмањи непаран троцифрен број и највећи паран двоцифрен број?
5. Израчунај разлику између највећег и најмањег троцифреног броја који су записани различитим цифрама.
6. Одреди збир троцифреног броја који садрже 2 стотине, 19 десетица и 23 јединице и троцифреног броја који садржи 3 стотине 17 десетица и 35 јединица.
7. Збир цифара броја 741 је $7 + 4 + 1 = 12$. Напиши све троцифрене бројеве чији је збир цифара једнак 4.
8. За колико се разликују највећи и најмањи троцифрен број чији збир цифара је једнак 15?
9. Производ цифара броја 136 је $1 \cdot 3 \cdot 6 = 18$. Наброј све троцифрене бројеве чији је производ цифара једнак 8.
10. Израчунај збир највећег и најмањег троцифреног броја чији је производ цифара 6.
11. Збир цифара троцифреног броја је 16. Напиши: а) најмањи; б) највећи; в) најмањи паран; г) највећи непаран троцифрен број чији је збир цифара једнак 16.
12. Може ли збир три узастопна природна броја бити 105? Зашто?
13. Може ли збир три узастопна природна броја бити 107? Зашто?
14. Може ли збир четири узастопна природна броја бити 777? Зашто?
15. Могу ли се међу бројевима 1, 3, 5, 7 ... 497, 499 изабрати три чији је збир је једнак 500?

16. У троцифреним бројевима знак * замени цифрама тако да буду тачне неједнакости:
а) $123 < 12*$; б) $378 > 37*$; в) $2*8 < 248$; г) $*90 > 297$; д) $1*8 > 139$; њ) $2*8 < 218 < 21*$.
17. Природан број a почиње цифром 4, а природан број b почиње цифром 8. Може ли број a бити веће од броја b ?
18. Збир непарних цифара броја 345 је $3 + 5 = 8$, а збир парних цифара је 4. Збир непарних цифара броја 678 је 7, а збир парних цифара је $6 + 8 = 14$. Одредити најмањи и највећи троцифрен број код кога је збир парних цифара једнак збиру непарних цифара (при чему се као збир само једне цифре подразумева управо та цифра).

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Користећи цифре 1, 9, 4, 7, 3, 0 написати најмањи и највећи троцифрен број: а) ако се дате цифре не смеју понављати б) ако се дате цифре смеју понављати.
- 2) Написати најмањи и највећи троцифрени број чији је збир цифара једнак шест.
- 3) У троцифреним бројевима знак * замени цифрама тако да буду тачне неједнакости:
а) $1*9 < 129$: б) $37* > 374$





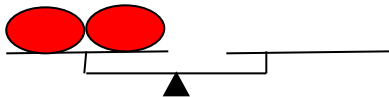
3. РАЗРЕД

ВЕРИЦА МАРКОВИЋ: РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА МЕТОДОМ ТЕРАЗИЈА

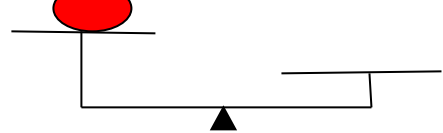
06. 07. 2022.

1. Да ли је могуће?

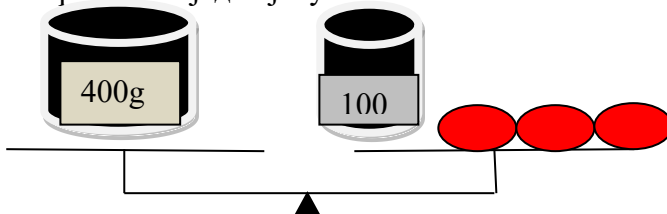
а)



б)

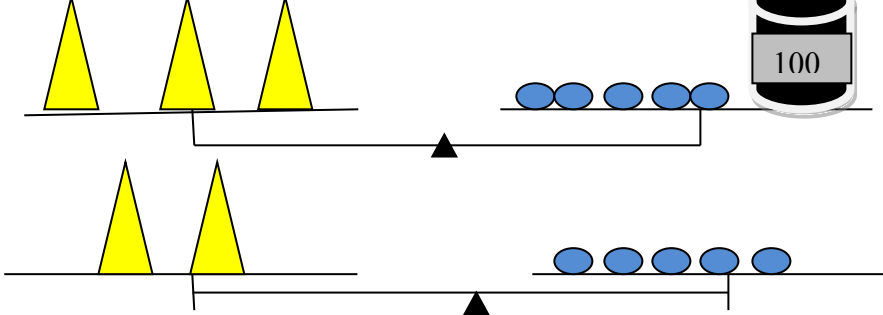


2. Колико грама има једна јабука:

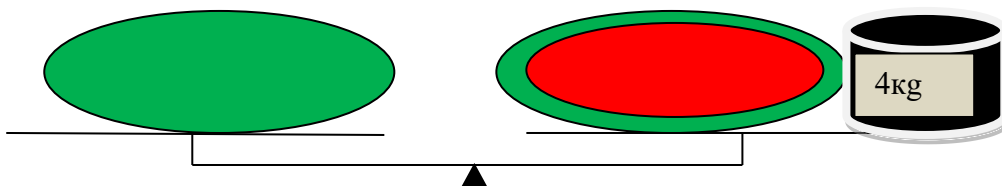


3. а) Одреди масу крушке

б) Одреди масу шљиве

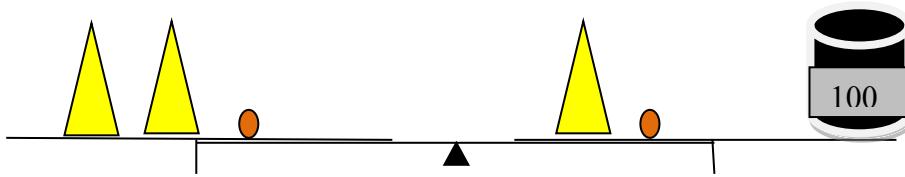


4. Маса лубенице је 4кг и јш пола такве лубенице. Колика је маса лубенице?

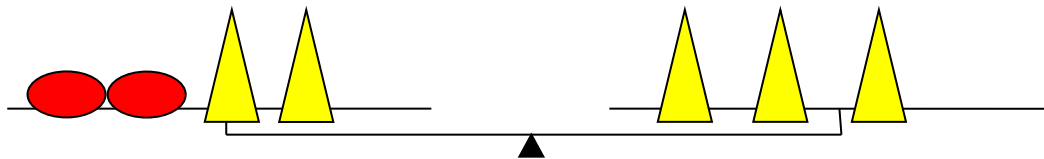
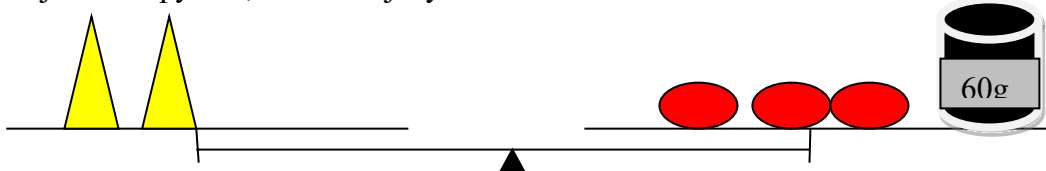


5. Чаша пуна воде има 250 грама, а до пола пуна чаша има 150 грама. Колико грама има празна чаша?

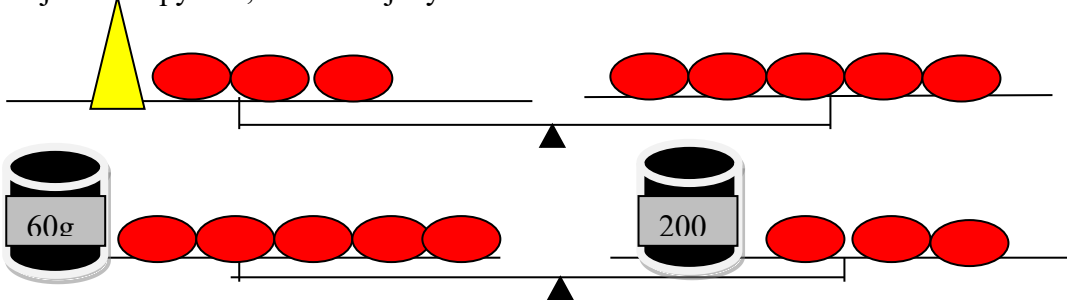
6. На терезијама које су у равнотежи има укупно 400g воћа. На десном тасу је тег од 100g. Колика је маса ораха?



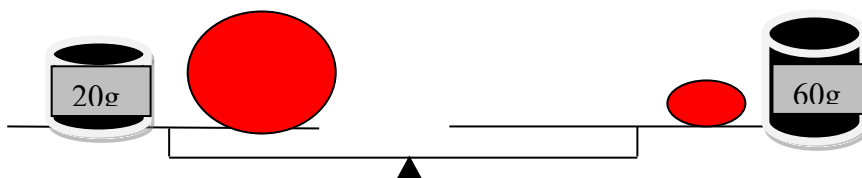
7. Колика је маса крушке, а колика јабуке?



8. Колика је маса крушке, а колика јабуке?

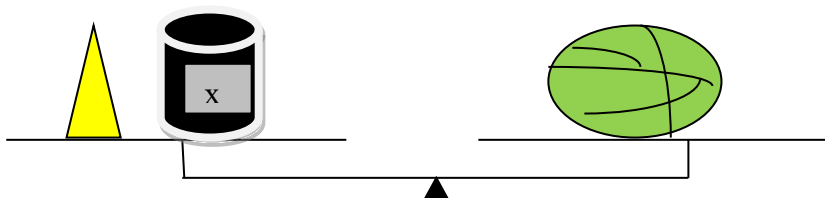


9. Две јабуке имају заједно 100 грама. Већа јабука и тег од 20грама у равнотежи је са мањом јабуком и тегом од 60 грама. Колико је тешка свака јабука?



10. Три цигле и тег од 6 kg тешки су као пет цигли и тег од 2 kg. Израчунај тежину једне цигле.

11. Крушка има 200 грама, а купус има 1 килограм. Колика је маса тега?



12. Решите једначине:

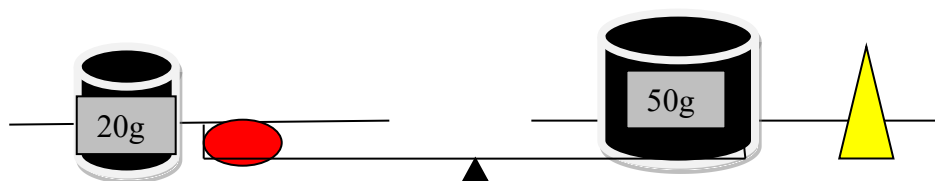
а) $x + 6 = 25$;

б) $7 \cdot x + 24 = 4 \cdot x + 48$;

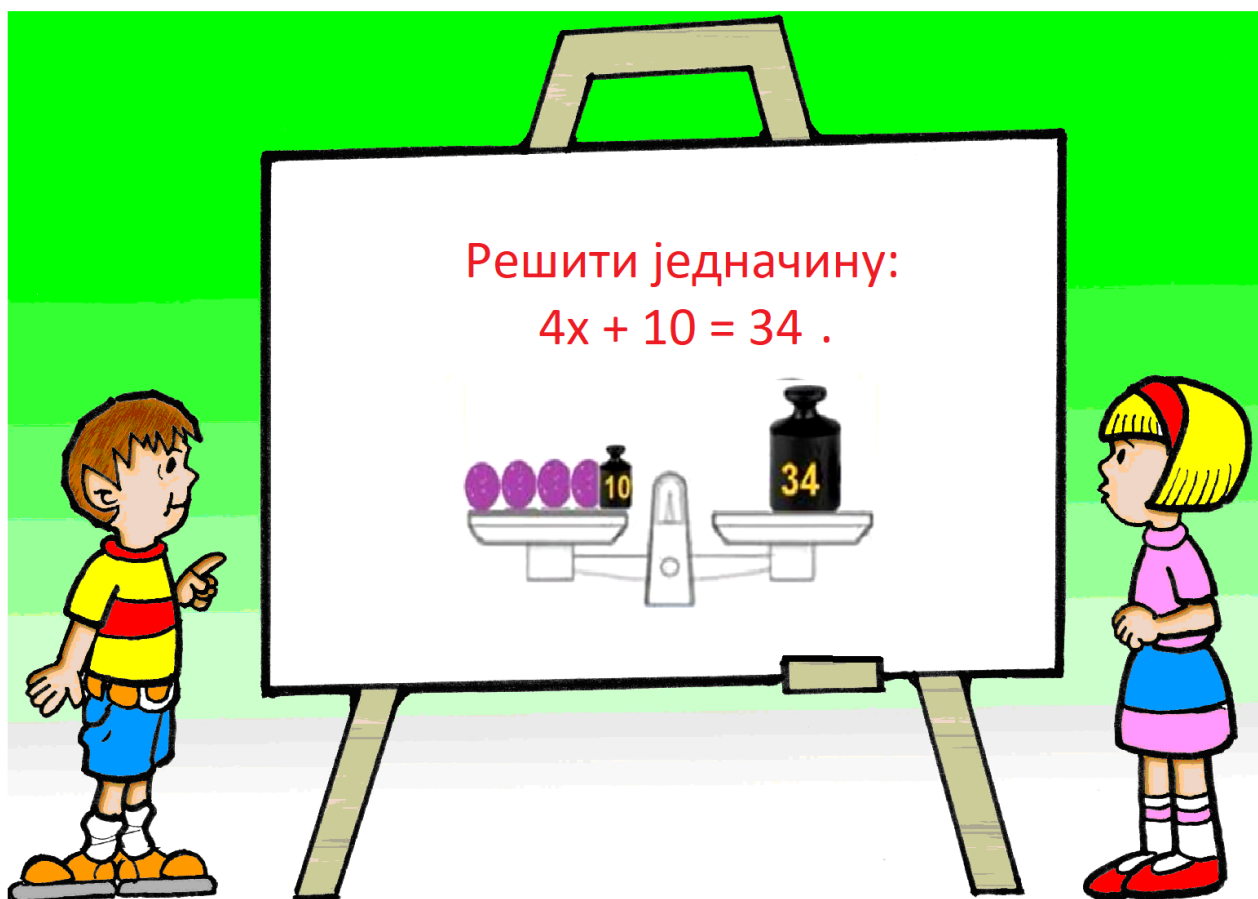
в) $2 \cdot x + 45 = 9 \cdot x + 10$

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Крушка и јабука имају укупно 250 грама. Колико грама има јабука?



- 2) Три једнаке банане и тег од 2 килограма имају масу једнаку са 8 банана и тегом од 1 килограма. Колика је маса једне банане?
- 3) Реши једначину: $5 \cdot x + 18 = 3 \cdot x + 34$.



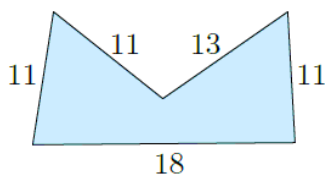
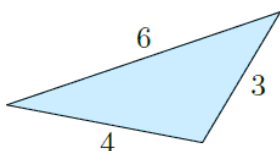


3. РАЗРЕД

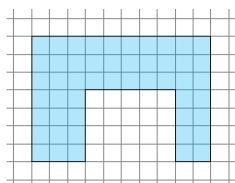
ДР ВОЈИСЛАВ АНДРИЋ: ОБИМ ТРОУГЛА, КВАДРАТА И ПРАВОУГАОНИКА

07. 07. 2022.

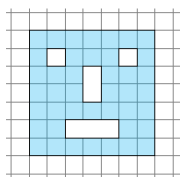
1. Израчунај обиме датих фигура са слике (трећа фигура је квадрат, а четврта правоугаоник)?



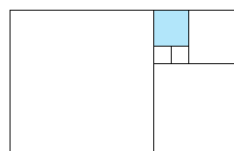
2. Израчунај обим фигуре на слици 2. ако је јединична дуж квадратне мреже 7 mm?



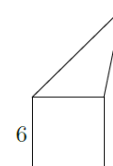
Слика 2.



Слика 3.



Слика 4.



Слика 5.

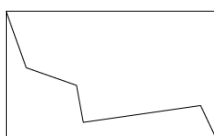
3. Ако је обим фигуре дате на слици 3. једнак 2 dm, одреди дужину јединичне дужи квадратне мреже?

4. Правоугаоник је подељен на квадрате (слика 4). Израчунај обим правоугаоника ако је обим обојеног квадрата 24 cm.

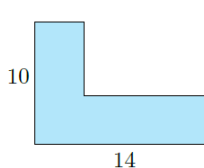
5. Троугао и квадрат на слици 5. имају исти обим. Колики је обим целе фигуре (петоугла)?

6. Изломљена линија разлаже правоугаоник на две фигуре (слика 6). Која од те две фигуре има већи обим?

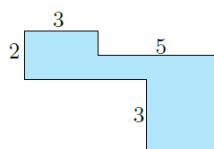
7. Израчунај обиме датих фигура са слике (све дужи које се надовезују образују прав угао)?



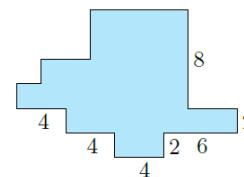
Слика 6.



14



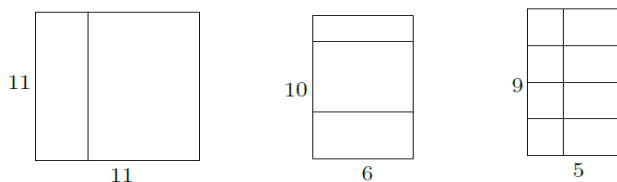
Слике уз задатак 7.



4

8. Две парцеле земљишта се граниче. Прва је облика правоугаоника и има обим 89 m, а друга је облика квадрата. Када се ове две парцеле гледају заједно, оне образују правоугаоник обима 151 m. Одреди странице прве парцеле.

9. Израчунај збир обима свих фигура на које је разложен дати правоугаоник. (Свака од дужи која разлаже правоугаоник је паралелна некој његовој страници).



Слике уз задатак 9.

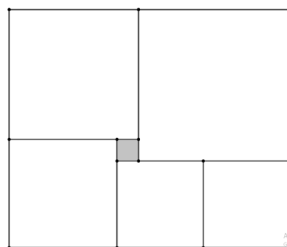
| | | |
|----|----|----|
| | 9 | |
| 22 | 12 | 17 |
| | 12 | |

Слика 10.

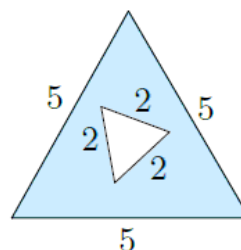
10. Квадрат је разложен на 9 правоугаоника као на слици 10, при чему дати бројеви представљају обиме одговарајућих правоугаоника. Одреди страницу квадрата.

12. Правоугаоник чије су странице 48 cm и 36 cm исечен је на 4 подударна правоугаоника и од њих је сложен нови правоугаоник. Колики је обим новог правоугаоника? Колико иам различитих решења?

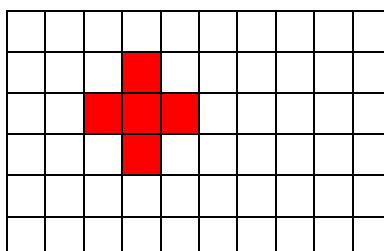
13. Израчунај обим правоугаоника ако су на слици све фигуре квадрати и ако је обим осенченог квадрата једнак 16 cm.



ДОМАЋИ ЗАДАТАК



- 1) Израчунај обим дате фигуре.
- 2) Обим квадрата и једнакостраничног троугла једнаки су обиму правоугаоника чије су странице 36 cm и 48 cm. Шта је веће страница једнакостраничног троугла или страница квадрата? За колико?
- 3) Обим „крстића“ уписаног у дати правоугаоник је 24 cm. Колики је обим датог правоугаоника?





3. РАЗРЕД

СЛАВИЦА ЂУКИЋ: ЛОГИЧКО КОМБИНАТОРНИ ЗАДАЦИ

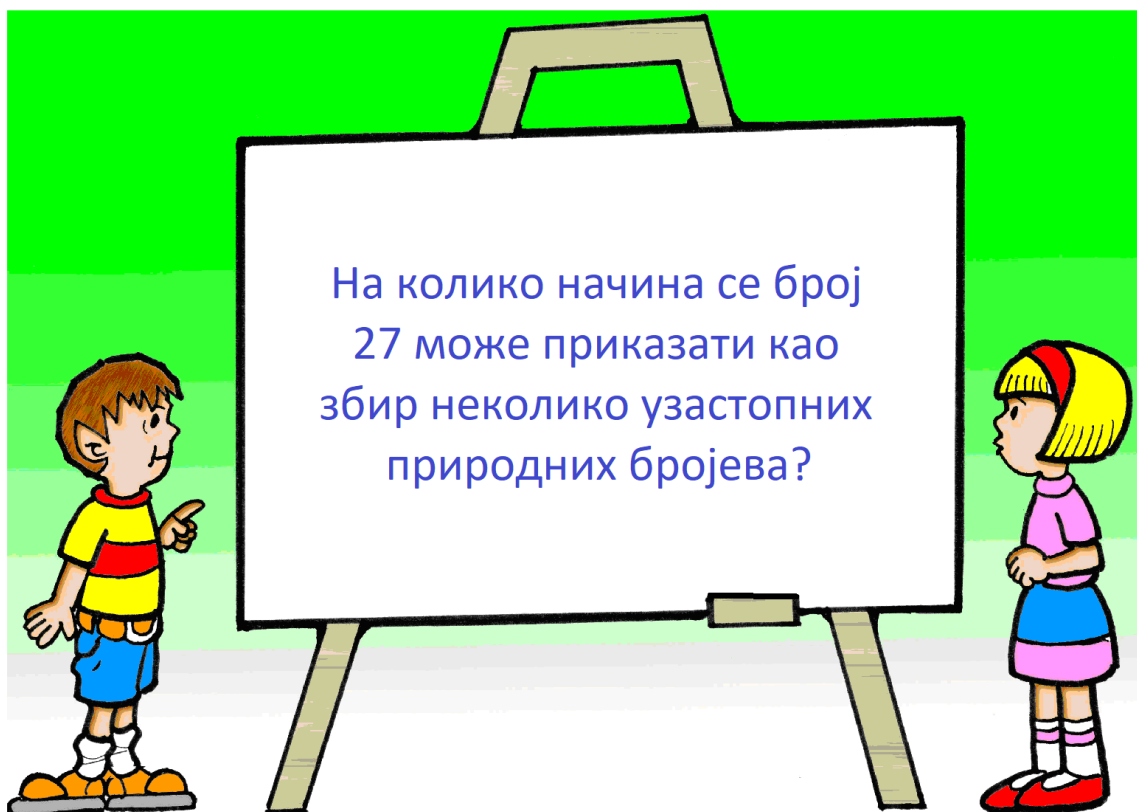
08. 07. 2022.

1. Три девојчице Соња, Ања и Нада су обукле различите хаљине: плаву, белу и црвену. Ања није била у плавој а Соња ни у плавој ни у белој. Које је боје била чија хаљина?
2. Деда Миле је 2020 прославио свој 20. рођендан, а његов син Пера педесети. Ког датума је рођен деда Миле?
3. На језеру расту лотоси. За један дан сваки лист се дели и уместо 1 појављује се 2 исте величине. За 30 дана цело језеро је било покривено лотосима. После колико је дана била покривена лотосима половина језера?
4. Од града А до града Б воде два пута. Од града Б до града Ц воде 3 пута. На колико начина се може стићи у Ц из А преко Б?
5. У једној години која није преступна има 53 среде. Који је датум првог понедељка у јануару?
6. Ланац је састављен од 12 карика. Свака карика има пречник отвора 6см, а дебљина обле шипке од којих су направљене карике је 5мм. Колика је дужина затегнутог ланца ако су се карике кружног облика?
7. Кока ипо за дан ипо снесе јаје ипо колико ће 6 кокошака за 6 дана снети јаја?
8. Мачка ипо за дан ипо поједе два ипо миша. Колико мачака ће за 6 дана да поједе 60 мишева?
9. Алекса, Јован и Петар навијају за различите клубове: Партизан, Звезду и Борац. Алекса није партизановац, а Јован није ни партизановац ни звездаш. Ко навија за који клуб?
10. Колико лабудова је било у језеру, ако један плива испред два, један иза два, а један између два?
11. Пет дечака су играли шах (сваки са сваким партију). Колико је укупно одиграно партија?
12. Коста, Јован и Влада засадили су крушку, јабуку и вишњу. Ниједан од њих није засадио дрво чији назив почиње истим словом као његово име. Ко је засадио које дрво, ако се зна да Влада није засадио крушку?

13. Један сељак је оставио синовима у наслеђе 17 дуката и то: првом $\frac{1}{2}$, другом $\frac{1}{3}$ и трећем $\frac{1}{9}$. Синови нису знали како да поделе дукате па позову учитеља. Учитељ да један свој дукат, тако да је било укупно 18, па подели првом $\frac{1}{2}$ (9 дуката), другом $\frac{1}{3}$ (6 дуката), а трећем сину $\frac{1}{9}$ (2 дуката). Синови су били задовољни јер су добили више него што су се надали, а учитељу остане његов дукат. У чему је штос?
14. На колико начина два другара Пера и Мика могу да поделе 7 оловака, под договором да се мора добити бар 1 оловка.
15. На колико начина брат и сестра могу да поделе 10 бомбона?
16. У једном месецу три четвртка су била парног датума. Који дан у седмици је био двадесет деветог у том месецу?
17. Збир 17 природних бројева је паран број. Да ли је производ тих бројева паран или непаран број?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Два оца и два сина играли су шах по систему сваки са сваким по једну партију. Колико је том приликом одиграно најмање, а колико највише партија?
- 2) На колико начина 3 ученика могу сести у 4 столице?
- 3) Влада и Лаза имају исти број кликера. Ако Влада поклони Лази 10 кликера колико више кликера ће имати Лаза?

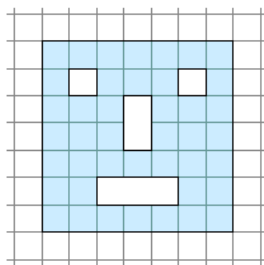
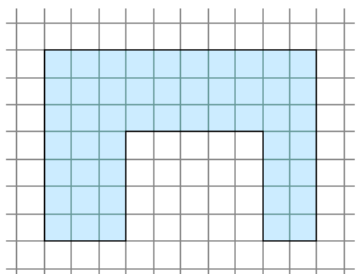




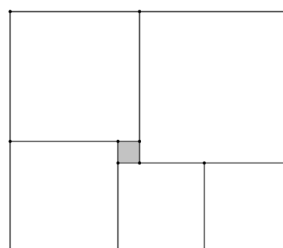
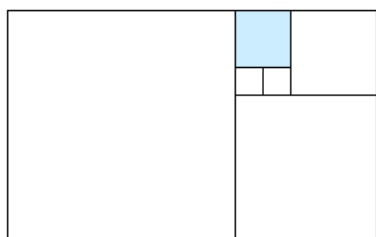
4. РАЗРЕД

ДР ВОЈИСЛАВ АНДРИЋ: КВАДРАТ И ПРАВОУГАОНИК 04.07.2022.

1. Дати квадрат је са две праве подељен на четири мања квадрата од којих сваки има обим 24 cm. Колика је површина тог квадрата ?
2. Израчунај обим и површину фигура на наредној слици ако је јединична дуж квадратне мреже 8 mm?

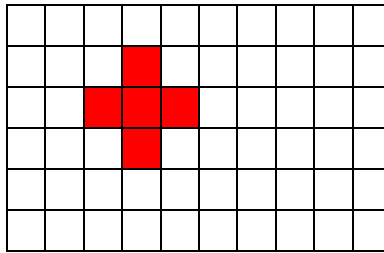


3. Обим квадрата је 80 cm. Колика је његова површина?
4. Површина квадрата је 81 cm^2 . Колики је његов обим?
5. Правоугаоник чија је површина 36 cm^2 је подељен на неколико једнаких квадрата? Израчунати обиме тих квадрата.
6. Правоугаоник је подељен на квадрате (слика лево). Израчунај обим и површину правоугаоника ако је обим осенченог квадрата 24 cm.

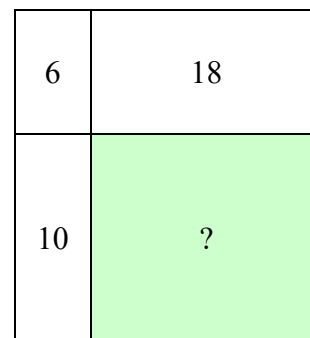
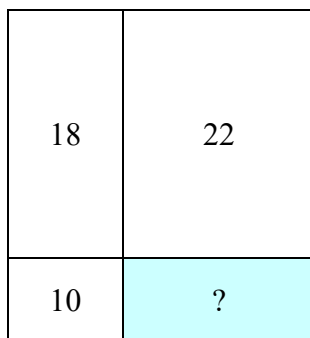


7. Израчунај обим правоугаоника ако су на слици (десно) све фигуре квадрати и ако је обим осенченог квадрата једнак 16 cm.
8. Ако се странице квадрата повећа три пута, колико пута се повећа његов обим, а колико пута површина ?
9. Квадрат и правоугаоник имају једнаке површине. Збир страница правоугаоника је 13 cm, а разлика 5 cm. Ко има већи обим: квадрат или правоугаоник ?
10. За покривање пода потребно је 200 плочица облика правоугаоника 22 cm x 11 cm. Колико би плочица облика квадрата величине 20 cm x 20 cm требало за покривање истог пода ?

11. Обим осенченог „крстића“ је 24 cm. Колики су обим и површина датог правоугаоника?



12. Ако се страница квадрата повећа за 3 cm, онда се његова површина повећа за 51 cm^2 . Одреди обиме тих квадрата.
13. Квадрат је подељен на 4 правоугаоника (види слику лево). Бројеви у добијеним правоугаонцима представљају обиме тих правоугаоника. Колики је обим осенченог правоугаоника?



14. Квадрат је подељен на 4 правоугаоника (види слику десно). Бројеви у добијеним правоугаонцима представљају површине тих правоугаоника. Колика је површина осенченог правоугаоника?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Квадрат странице 6 cm има површину једнаку површини правоугаоника чије су све странице природни бројеви. Колико има таквих различитих правоугаоника ? Који од њих има најмањи, а који највећи обим ?
- 2) Може ли се од квадрата чије су странице 18 cm, 24 cm и 40 cm изрезивањем и састављањем, без остатка картона, направити нови квадрат. Колики су обим и површина тако добијеног квадрата ?
- 3) Обим правоугаоника је 72 cm, а једна страница је два пута краћа од друге странице. Израчунати површину четвороугла чија темена су средишта страница датог правоугаоника.



4. РАЗРЕД

ВЕРИЦА МАРКОВИЋ: РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА МЕТОДОМ ПРАВОУГАОНИКА

05.07.2022.

- Прикажи графички увећање површине правоугаоника ако му се дужина повећа за 3 cm.
 - Прикажи графички увећање површине правоугаоника ако му се ширина повећа за 2 cm.
 - Прикажи графички увећање површине правоугаоника ако му се дужина повећа за 4 cm, а ширина увећа за 1 cm.
- Прикажи графички промену површине правоугаоника ако му се дужина смањи за 3 cm, а ширина повећа за 2 cm.
- Ако се страница једног квадрата увећа за 3 cm, површина квадрата ће се увећати за 33 cm^2 . Израчунај страницу првобитног квадрата.
- Странице правоугаоника се разликују за 3 cm. Ако се дужина правоугаоника повећа за 5 cm, а ширина за 2 cm, површина новодобијеног правоугаоника је за 44 cm^2 већа од површине првобитног правоугаоника. Одреди странице почетног правоугаоника.
- Разлика два броја је 2. Ако се један од тих бројева увећа за 6, а други увећа за 3, производ ће се увећати за 114. Одреди те бројеве.
- Збир два броја је 350. Када се један од њих повећа за 4, а други остане непромењен, онда се њихов производ повећа за 496. Који су то бројеви?
- Два броја се разликују за 15. Ако оба броја повећамо за 6, њихов производ се увећа за 186. Одредити те бројеве.
- Производ два броја је 1998. Када се један од њих смањи за 14, а други остане непромењен, онда њихов производ износи 1620. О којим бројевима је реч?
- Када се у једном производу један чинилац смањи за 2, а други за 3 добију се два једнака броја чији је производ за 46 мањи од првобитног производа. Који су то бројеви?
- У трговини је било неколико сандука са по 30kg крушака и исти број сандука са по 40kg јабука, при чему је јабука било за 50kg више. Колико је било крушака, а колико јабука?
- Група излетника уговори вожњу аутобусом тако да сваки излетник плати по 60 динара. Међутим, 5 излетника не дође и због тога су остали морали да плате по 80 динара. Колико је излетника било на излету?

13. Домаћица је понела новац и желела да купи 60 јаја. Међутим јаја су поскупела за 3 динара, тако да је новцем који је имала купила тачно 50 јаја. Колико је новца домаћица имала?
14. Растојање између места А и места В воз пређе за 7h. Ако се брзина воза повећа за 10km/h онда ће воз стићи један сат раније. Колика је брзина воза и колико је растојање између места А и В?
15. Зидаче куће 30 радника заврши за 28 дана. Ако им се после 10 дана прикључи још радника, кућа се заврши 6 дана пре рока. Колико радника се прикључило послу?
16. Колико килограма пасуља по цени од 19 динара по килограму треба помешати са 10kg пасуља по цени од 14 динара, да би се килограм мешавине продао по цени од 17 динара?
17. Помешано је 3 литра воде чија је температура 36°C са 4 литра воде чија је температура 15°C . Колика је температура мешавине?
18. Ако Жарко прода кромпир по цени од 64 динара по килограму, изгубиће 1920 динара. Уколико га прода по цени од 74 динара, зарадиће 2880 динара. Колико килограма кромпира има Жарко за продају?
19. Група ученика одлучи да купи лопту. Ако би сваки ученик дао по 10 динара, недостајало би још 30 динара. Уколико би сваки ученик дао по 12 динара, преостало би им 14 динара. Колико има ученика и колико кошта лопта?
20. Један камион из места А у место В стигне за 8 сати. Други камион, чија је брзина за 6km/h већа од брзине првог, прешао је тај пут за 7 сати. Колико километара има од А до В и колике су брзине камиона?
21. Бициклиста је у првом сату вожње прешао 30km и утврдио да ће на циљ стићи 20 минута касније. Зато је брзину повећао на 35km/h и на циљ стигао 40 минута пре рока. Колика је дужина стазе?
22. Ако воћар посади саднице по 35 у реду, преостаће му 4 саднице. Уколико би садио по 38 у реду, недостајаће му 32 саднице. Колико је воћар имао садница?
23. На реци је било 12 чамаца од којих већи имају по 8, а мањи по пет седишта. Колико је било већих, а колико мањих чамаца, ако је укупан број седишта 75?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Новчаницу од 1000 динара треба разменити у новчанице од 20 динара и 50 динара, тако да укупно буде 35 новчаница. Колико ће бити новчаница једне, а колико друге врсте?
- 2) Група од 68 ученика превезе се преко реке помоћу 9 чамаца, од којих су неки имали по 6, а неки по 8 седишта. Колико чамаца је било од сваке врсте ако се зна да су били пуни?
- 3) Наташа је множећи два броја добила производ 2013. Када је један од чинилаца повећала за 8, а други оставила непромењен, добила је производ 2501. Које је бројеве множила Наташа?



4. РАЗРЕД

СЛАВИЦА ЂУКИЋ: КОЦКА И КВАДАР

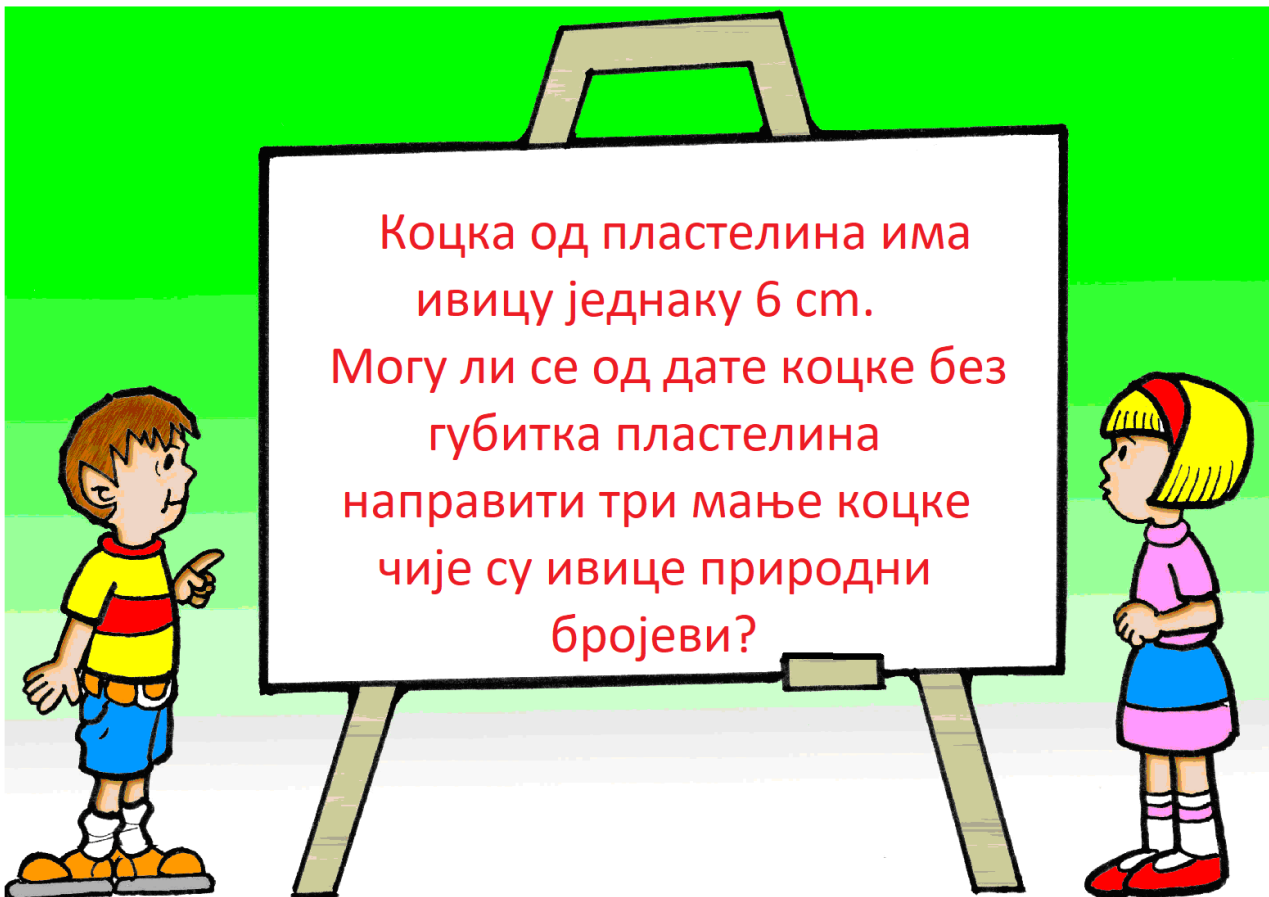
06. 07. 2022.

1. Колико коцка има а) темена? б) ивица? в) страна?
2. Израчунај површину и запремину коцке ивице а) 4 cm б) 10 cm.
3. Колика је површина коцке чија је једна страна квадрат обима 20 cm?
4. Површина једне стране коцке је 36 cm^2 . Израчунај површину и запремину коцке.
5. Збир дужина свих ивица коцке 24 cm. Израчунај површину и запремину коцке
6. Површина коцке је 294 cm^2 . Колика је запремина коцке?
7. Запремина коцке је 125 cm^3 , колика је површина?
8. Израчунај површину и запремину квадра ако је: а) 2 cm, 3 cm и 5 cm;
б) 5 cm, 12 cm, 15 cm.
9. Запремина квадра је 15 cm^2 , а дужина страница су природни бројеви. Колика је површина квадра?
10. Колико се пута смањи површина а колико запремина квадра ако се свака ивица квадра преполови?
11. Дат је квадар чије су ивице 2dm, 3dm и 4dm. Ако се тај квадар разреже на кубне центиметре и све тако добијене коцке наслажу једна на другу, колика ће бити висина тог стуба?
12. Колико различитих квадрара може да се направи од 30 једнаких коцкица ивице 1 cm?
13. Квадар чије две ивице су дужине 4 cm и 6 cm има запремину једнаку са запремином коцке ивице 6 cm. Израчунати површину квадра.
14. Квадар са ивицама 12 cm, 12 cm и 2 cm има површину једнаку са површином коцке. Израчунај запремину те коцке.
15. Збир свих ивица коцке је 36 cm а ивице квадра су 2 cm, 3 cm и 4 cm. Чија је запремина већа: коцке или квадра?
16. Две ивице квадра су дужине 5 cm и 10 cm. Збир дужина свих ивица квадра је 140 cm. Израчунај површину тог квадра.

17. Дрвена коцка ивице 3 cm обојена је у црвено а затим исечена на јединичне коцкице. Колико има коцкица са а) 4 б) 3 в) 2 г) 1 д) 0 обојени страна?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Квадар чије су странице 3 cm, 6 cm и 10 cm има површину једнаку површини коцке. Ко има већу запремину коцка или квадар?
- 2) Површина једне стране коцке је 36 cm^2 . Колика је запремина те коцке?
- 3) Три коцке од глине чији су мерни бројеви ивица 3 cm, 4 cm и 5 cm састављене су у једну коцку без губитка материјала. Колика је површина та коцке?





4. РАЗРЕД

ЉИЉАНА ВРАЧАР: ПРЕБРОЈАВАЊЕ СКУПОВА БРОЈЕВА И ФИГУРА

07. 07. 2022.

1. Колико има: а) троцифрених природних бројева ; б) четвороцифрених природних бројева: в) петоцифрених природних бројева ; г) шестоцифрених природних бројева ? Колико њих је парно, а колико непарно ?
2. Колико има четвороцифрених природних бројева који се завршавају цифром 5 ?
3. Колико петоцифрених природних бројева почиње цифром 6 ?
4. Колико шестоцифрених природних бројева се завршава цифром 7 или цифром 4 ?
5. Колико четвороцифрених природних бројева почиње цифром 2 или цифром 9 ?
6. Колико петоцифрених природних бројева почиње цифром 4, а завршава се цифром 7 ?
7. Колико петоцифрених бројева почиње цифрама 1 или 2, а завршава се цифрама 8 или 9 ?
8. Колико има петоцифрених природних бројева који почињу парном цифром, а цифра десетица им је непарна ?
9. Колико шестоцифрених природних бројева почиње непарном, а завршава се парном цифром ?
10. Да ли је више четвороцифрених природних бројева чије су све цифре парне, или је више четвороцифрених природних бројева чије су све цифре непарне ?
11. Колико има природних бројева мањих од 10 000 у чијем декадном запису су све цифре међусобно једнаке ?
12. Колико има шестоцифрених природних бројева код којих су цифре узастопни бројеви било у растућем било у опадајућем поретку ?
13. Колико петоцифрених природних бројева има у свом декадном запису: а) тачно пет цифара 7 ; б) тачно четири цифре 7 ?
14. Колико има четвороцифрених природних бројева код којих је цифра хиљада дељива са 7, цифра стотина дељива са 6, цифра десетица дељива са 5, а цифра јединица дељива са 4 ?
15. Колико има троцифрених природних бројева код којих је производ цифара једнак нула
16. Дате су три различите тачке А, В и С. Колико најмање, а колико највише: а) правих ; б) дужи одређују дате тачке ?
17. На једној правој уочене су: а) 4 тачке ; б) 1999 тачака. Колико дужи је одређено тим тачкама ?

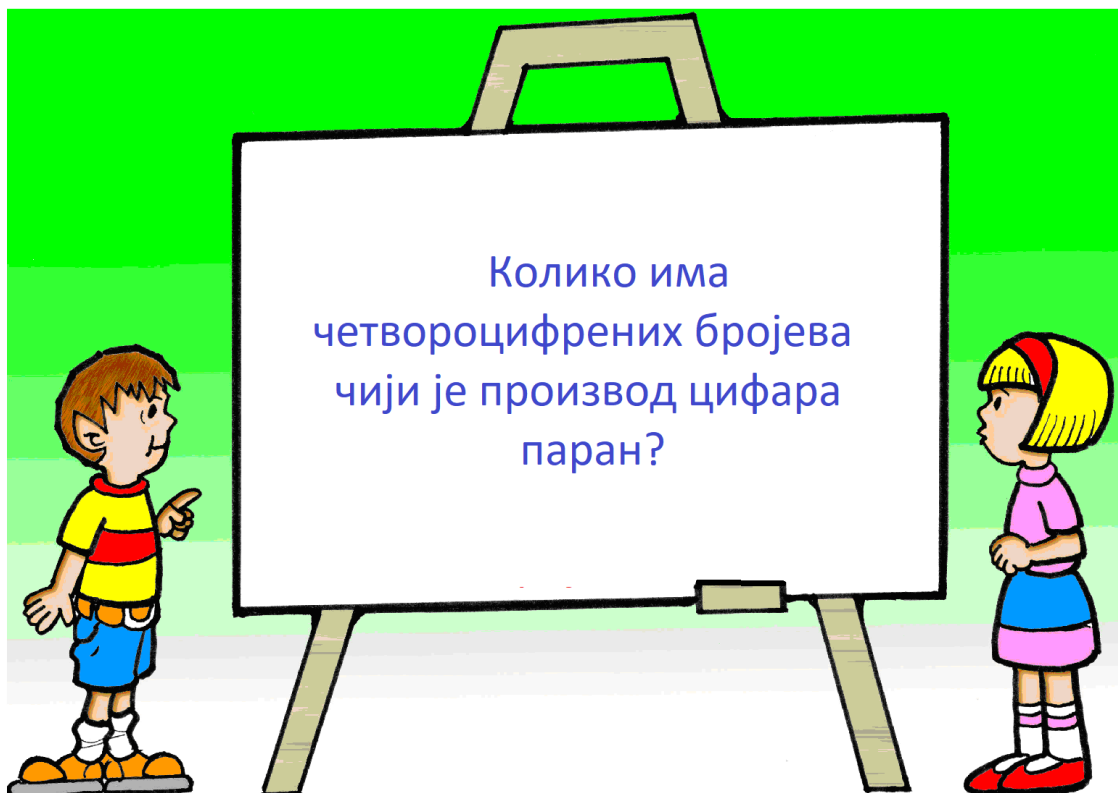
18. Дато је 5 различитих тачака. Колико правих се може нацртати кроз дате тачке ? Размотри све могуће случајеве.
19. На правој а дато је 6, а на правој б дате су 3 тачке. Колико је дужи одређено датим тачкама ?
20. Дато је 7 тачака тако да ма које три од њих нису на истој правој. Колико правих пролази кроз дате тачке ?
21. Троугао има три угла. Колико углова остане када се маказама одсече један угао?
22. Колико дужи има на следећим сликама?



24. Дато је 5 тачака у равни. Колико најмање, а колико највише троуглова има темена у датим тачкама ? Могу ли дате тачке одреживати 8 троуглова ?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) . Колико има четвороцифрених природних бројева код којих је цифра хиљада једнака цифри јединица ?
- 2) Одредити колико има парних природних бројева мањих од 2020 ?
- 3) Колико дужи одређују темена правоугаоника ?





МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

4. РАЗРЕД

ЉИЉАНА ВРАЧАР: ПРОБЛЕМИ ТЕШКИХ СИТУАЦИЈА

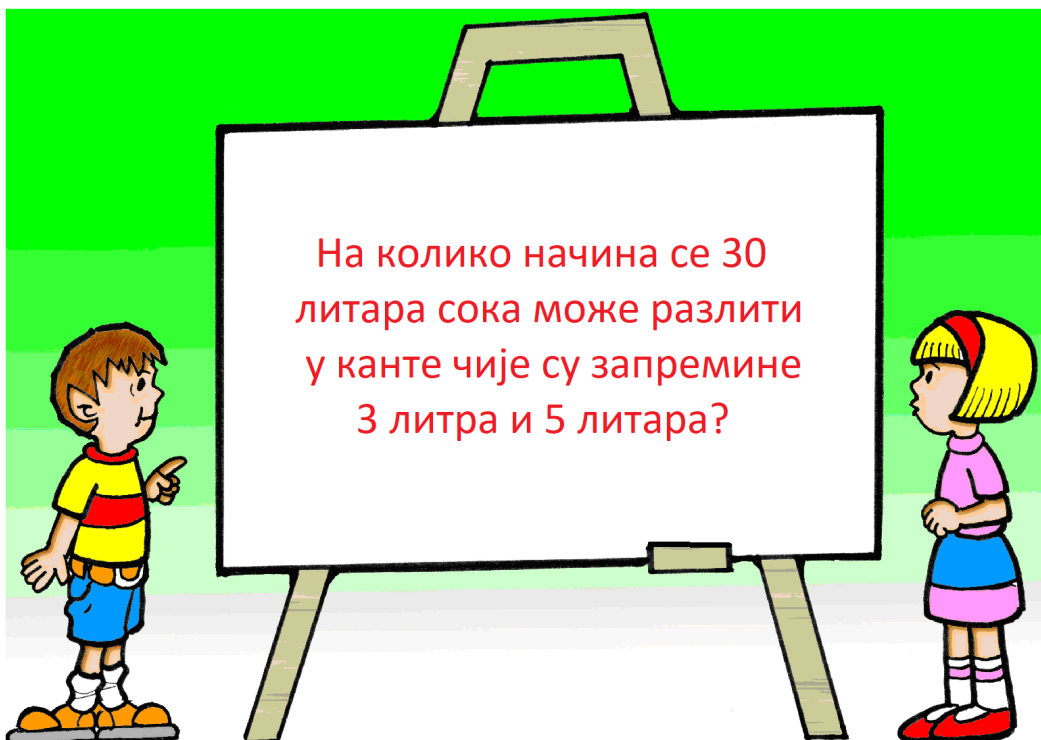
08. 07. 2022.

1. Колико цветова има у букету ако су сви цветови руже изазев два цвета ,сви су лале изазев два цвета,и сви су нарциси изазев два цвета?
2. Да ли се од 6 једнаких палидрваца могу направити 4 једнакостранична троугла?
3. Гусеница пуже уз стуб висок 20 метара полезићи од нивоа земље.у току дана прође 3 метара, али у ноћи склизне 2 метра.Колико дана је потребно гусеници да дође на врх туба?
4. Да ли се 12 бомбона може ставити у три празне чиније тако да у сваку буде непаран број бомбона?
5. Сваки од три Николина сина има по два рођена брата и по једну сестру. Колико деце има Никола?
6. Васа је преломио таблу чоколаде, а затим је преполовио један од добијених делова. На колико делова је преломљена чоколада?
7. Да би купила 8 балона Ани недостаје 20 динара. Ако купи 5 балона остаће јој 100 динара? Колико кошта један балон?
8. Помоћу судова од 3 и 7 литара са чесме у празну шерпу може насути: 1,2,4,5,6,8,9,10 литара воде.
9. Како помоћу канти од 4 и 7 литара насути са чесме у казан тачно 5 литара.
10. Располажете судовима 3 и 5 литара и кантом млека. Како само помоћу датих судова можете одмерити тачно 1 литар млека.
11. Лонац ваљкастог облика напуњен је до врха водом. Како се може одмерити (одлити) тачно половина те воде, не користећи никакав други суд ни прибор?
12. Зна се да је од три новчића један нешто лакши од остала два. Са колико мерења на теразијама без тегова можемо утврдити који је то новчић?
13. Два путника су дошла до реке. На обали је био само један чамац којим је могао да се превезе само један путник. Сваки од путника је прешао на другу обалу реке и наставио пут даље. Како је то могуће?

14. Зна се да 4 брескве, 2 крушке и 1 јабука имају 550 грама, а 1 бресква, 3 крушке и 4 јабуке имају 450 грама. Колико грама имају 1 бресква, 1 крушка и 1 јабука заједно?
15. У једној кеси се налази 3kg 600g брашна. Како ћеш ту количину брашна разделити на два дела од по 800 g и један део од 2 kg, служећи се терезијама и једним тегом од 200 g?
16. Два путника су дошла до реке. На обали је био само један чамац којим је могао да се превезе само један путник. Сваки од путника је прешао на другу обалу реке и наставио пут даље. Како је то могуће?
17. Породица Милић коју чине отац (80 kg) син (65 kg), мајка (55 kg) и кћи (40kg) треба да се превезе преко реке чамцем чија је носивост 100kg. Како ће то да ураде?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) На располагању су по један суд од 4 и један од 9 литара. Како се помоћу њих може добити 3 литара воде?
- 2) Требало је да неки човек превезе чамцем преко реке: вука, козу и купус. Кад је дошао до реке нађе чамац у који поред себе може сместити само вука или само козу или само купус. Проблем је у томе што у његовом одсуству коза хоће да поједе купус, а вук хоће да поједе козу. Како је човек успео да превезе на другу обалу и купус и козу и вука.
- 3) У магацину се налазе ексери у пакетима од 40, 17 и 16 килограма. Може ли се из магацина отпремити 100 килограма ексера, а да се не распакују пакети?





5. РАЗРЕД

ИВАНА РАДУЛОВИЋ: РАЗЛОМЦИ

04.07.2022.

1. Скрати разломак $\frac{96}{320}$.
2. Шта је веће: $\frac{13}{14}$ или $\frac{15}{16}$; б) $\frac{60}{61}$ или $\frac{10}{11}$; $\frac{76}{79}$ или $\frac{71}{74}$?
3. Одреди разломак једнак разломку $\frac{5}{9}$, тако да је збир његовог бројиоца и имениоца једнак 126.
4. Разломак $\frac{5}{11}$ је настао скраћивањем разломка код кога је разлика имениоца и бројиоца једнак 66. Који је то разломак?
5. Одреди бар један несводљив (нескратив) разломак који се неће променити ако бројилац увећамо за 36, а именилац за 45.
6. Скрати разломак $\frac{123456789}{987654321}$.
7. У празна поља (види слику) уписати разломке тако да зборови по три броја у свакој врсти, колони и дијагонали буду међусобно једнаки.

| | | |
|----------------|--|---------------|
| | | $\frac{4}{5}$ |
| $\frac{7}{10}$ | | |
| | | 0,4 |

8. Одреди све природне бројеве n ако је: $\frac{1}{3} < \frac{n}{5} < \frac{6}{7}$.
9. Одреди све просте бројеве p за које важи: $\frac{2}{27} < \frac{3}{p} < \frac{4}{7}$.
10. Збир половине, трећине и седмине неког броја је за 1 мањи од тог броја. Који је то број?
11. Милка је првог дана прочитала четвртину књиге, а другог дана трећину књиге. Колико та књига има страница ако је Милка трећег дана прочитала преосталих 60 страница?
12. Решити једначину $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = 2022$.

13. Израчунај: а) 8% од броја 360 ; б) Број чијих 30% износи 75; в) Колико процената од броја 600 износи 96 ?
14. У једном разреду школе за математичке таленте било је 30 ученика. Колико их сада има ако се њихов број смањио на свега 70% од првобитног ?
15. У једном одељењу једног дана је изостало 3 ученика или 10% укупног броја ученика. Колико ученика има у том одељењу ?
16. Зашто се разломак $\frac{67}{37}$ не може скратити?
17. Одреди све просте бројеве p за које важи: $\frac{8}{63} < \frac{1}{p} < \frac{2}{5}$.
18. Скрати разломак $\frac{200720072007}{200820082008}$.
19. Одреди разломак једнак разломку $\frac{5}{4}$, тако да је производ бројиоца и имениоца једнак 180.
20. Израчунај $\frac{2008 + 4015 \cdot 2007}{2008 \cdot 4015 - 2007}$.
21. Одреди све двоцифрене природне бројеве x за које разломак $\frac{5x + 72}{x}$ може да се скрати.
22. Који од разломака $\frac{3 \cdot 5^*}{36}$ и $\frac{5 \cdot 3^*}{45}$ је већи?
23. Маса сувог липовог цвета износи 26% масе свежег липовог цвета. Колико се чаја добије од 280 кг свежег липовог цвета ?
24. Воће губи сушењем 84% своје масе. Колико је потребно свежег да би се добило 32 кг сувог воћа ?
25. Од 1200 кг шећерне репе добије се 240 кг шећера. Изразити у процентима колико се шећерне репе искористи, а колико иде у секундарне производе приликом производње шећера ?
- 26.
27. Одреди разломак једнак разломку $\frac{2}{3}$, тако да је производ бројиоца и имениоца једнак 150.
28. Одреди разломак једнак разломку $\frac{3}{7}$, тако да је збир његовог бројиоца и имениоца једнак 130.
29. Шта је веће: $\frac{13}{56}$ или $\frac{65}{279}$; б) $\frac{667}{668}$ или $\frac{2005}{2008}$?
30. Одреди бар пет разломака већих од $\frac{3}{4}$, а мањих од $\frac{4}{5}$.

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Замени звезде цифрама тако да буде тачна једнакост $\frac{3^*}{5^*} = \frac{2}{3}$. Наћи сва решења.
- 2) Разлика 21% неког броја и 15% истог броја је 2,4. О ком броју је реч ?
- 3) У једној организацији запослено је 126 мушкараца више него жена. Колико у том предузећу има запослених, ако број жена износи 35% броја свих запослених ?



5. РАЗРЕД

ДР ВОЈИСЛАВ АНДРИЋ: ДЕЉИВОСТ БРОЈЕВА. ПРОСТИ БРОЈЕВИ 05.07.2022.

1. Постоји ли природан број чији је производ цифара 26?
2. Да ли је број 1234567890 дељив са 90? Да ли је број 626262 ... 6262 дељив са 8?
3. Који је најмањи природан број који има тачно 5 делилаца (рачунајући јединицу и самог себе)?
4. Да ли је тално тврђење: Ако је збир природних бројева m и n дељив са 3, онда је и њихова разлика дељива са 3?
5. Одреди најмањи и највећи четвороцифрени број који је дељив са 2, 5 и 9.
6. Одреди збир свих природних бројева који при дељењу са 7 дају остатак који је једнак количнику.
7. Одреди најмањи природан број који је дељив са 27 и чији збир цифара је 27?
8. Низ 60, 30, 20, 15 ... је опадајући. Одреди правило по коме се ређају чланови низа и напиши следећа три члана низа.
9. Прва математичка година је била дељива са 1, друга са 2 ... седамнаеста са 17, а осамнаеста по реду математичка година је била 2016. година (која је дељива са 18). Математичка година је најближа година која је дељива својим редним бројем. Када је била 17. математичка година, а када ће бити 19. математичка година?
10. Каубој Бил је ушао у салун и наручио један виски који кошта 3 долара и 6 сендвича. Бармен му је наруџбину наплатио 11 долара и 90 центи (1 долар има 100 центи). На то је Бил извадио револвер и наредио бармену да поштено направи рачун. Како је каубој Бил знао да је бармен (случајно или намерно) погрешно у извођењу рачуна?
11. Дата су четири тврђења: А: “Број a је дељив са 12”; Б: “Број a је дељив са 24”; В: “Број a је дељив са 2”; Г: “Број a је дељив са 4”. Познато је да су од датих тврђења три тачна, а једно није. Познато је да је a мање од 100. Одреди све такве бројеве.
12. Производ два природна броја од којих ни један не садржи цифру 0, је 100 000. О којим бројевима је реч?
13. У једном кораку је могуће дати број помножити са 2 или му избрисати једну цифру. Да ли је могуће у низу таквих корака од датог природног броја 458 добити природан број 14?

14. Ако су природни бројеви x и y дељиви са 11, онда је и њихов збир дељив са 11. Докажи. Да ли важи обрнуто тврђење, тј. ако је збир бројева x и y дељив са 11, да су тада и бројеви x и y дељиви са 11?
15. Докажи да је број 444 555 666 дељив са 37.
16. За неке природне бројеве x и y важи да је $3x + 2y$ дељиво са 23. Докажи да је тада и број $49x + 48y$ дељив са 23.
17. Доказати да је збир првих хиљаду бројева дељив са 65,70,77.
18. Одреди све природне бројеве који су пет пута већи од своје последње цифре.
19. Да ли је збир два проста броја, прост или сложен број?
20. Да ли је производ два проста броја, прост или сложен број? Може ли збир два сложена броја бити прост број?
21. За колико се разликују најмањи троцифрен и највећи двоцифрен прост број.
22. Одреди два највећа двоцифрена проста броја који су прости бројеви близанци.
23. Колико има простих бројева који су већи од 11 и мањи од 44?
24. Збир два проста броја је 91. О којим простим бројевима је реч? Колико таквих парова простих бројева има?
25. На колико начина се број 40 може приказати као збир два проста броја?
Напомена: $x + y = y + x$ је један исти начин.
26. Све парне бројеве веће од 35 и мање од 53 напиши као збир два проста броја.
27. Докажи да се сваки прост број већи од 11 може приказати као збир два сложена броја.
28. Постоје ли прости бројеви p и q такви да је: а) $p + 2q = 96$; б) $p + 2q = 100$?
29. Постоје ли прости бројеви чији је производ једнак 127?
30. Напиши десет узастопних сложених бројева.
31. Производ два узастопна сложена броја је 240. Који су то бројеви?
32. Одреди два проста броја чији је збир 120, а разлика најмања могућа.
33. Колико најмање, а колико највише простих бројева треба сабрати да би се добио збир:
а) 100; б) 101?
34. Одреди два проста броја таква да су: а) њихов збир и разлика прости бројеви;
б) њихов збир и разлика сложени бројеви; в) њихов збир прост, а разлика сложен број;
г) њихов збир сложен, а разлика прост број.

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Одредити све троцифрене бројеве који су дељиви са 15, чији је збир цифара дељив са 15.
- 2) Сви прости бројеви поређани су у растући низ: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ... Одреди три узастопна члана низа простих бројева ако је њихов збир 121.
- 3) Постоје ли прости бројеви p , q и r такви да је $p^2 + q^2 = r$? Колико таквих бројева има?

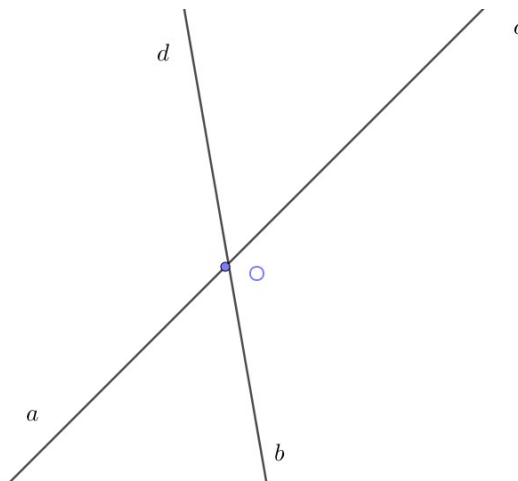


5. РАЗРЕД

СЛАЂАНА РАЛОВИЋ: УГАО

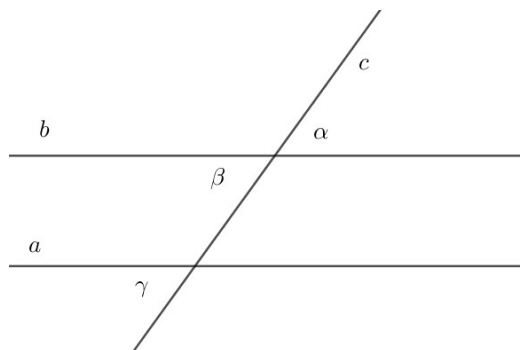
06.07.2022.

1. Израчунај угао α који је 8 пута већи од свог: а) комплементног угла β ;
б) упоредног угла γ .
2. Разлика два суплементна угла је 22° . Израчунај у степенима те углове.
3. Два угла су комплементна. Израчунај у степенима збир углова који су са њима суплементни.
4. Један од унакрсних углова је осмина пуног угла. Колики је његов упоредни угао ?
5. Који је угао једнак трећини свог упоредног угла?
6. Одреди угао α ако је он за $2/3$ већи од одговарајућег суплементног угла β .
7. Израчунај углове $\angle aOb$, $\angle bOc$, $\angle cOd$, $\angle dOa$ (на слици) ако је $\angle aOd + \angle aOb + \angle bOc = 298^\circ$.



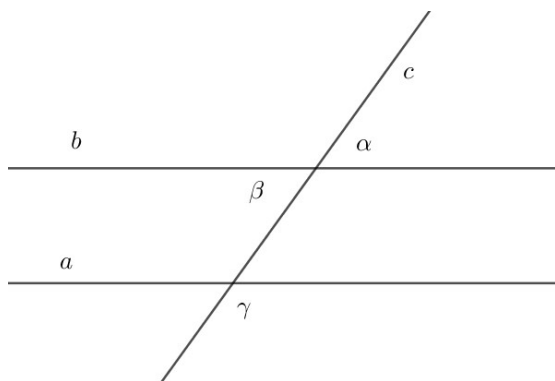
8. Израчунај углове $\angle aOb$, $\angle bOc$, $\angle cOd$, $\angle dOa$ (на слици) ако је $\angle aOb + \angle cOd = \angle dOa$;
9. Израчунај углове $\angle aOb$, $\angle bOc$, $\angle cOd$, $\angle dOa$ (на слици) ако је $\angle aOd + \angle bOc = 3(\angle aOb + \angle cOd)$.

10. Петина угла α једнака је седмини њему суплементног угла β . Колики је угао γ који се комплементан углу α ?
11. Израчунај мерне бројеве два суплементна угла ако је: а) угао α за 26° већи од угла β ; б) угао α 8 пута већи од β .
12. Израчунај углове на паралелним правама a и b , ако је збир углова α , β и γ једнак 108° .



13.

14. Разлика два упоредна угла α и β једнака је половини оштрог угла γ . Доказати да је угао комплементан са β једнак четвртини угла γ .
15. Израчунај углове на паралелним правама a и b , ако је збир углова α , β и γ једнак 222° .



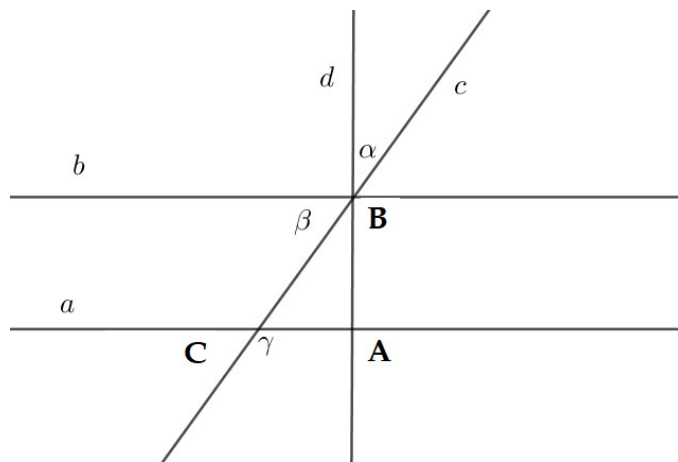
16.

17. Израчунај угао који је а) суплементан својој осмини ; б) комплементан својој петини .
18. Израчунај два суплементна угла ако је мерни број једног угла једнак трећини мерног броја другог угла.
19. Угао α је већи од свог комплементног угла тачно за онолико за колико је мањи од свог суплементног угла. Израчунати угао α .
20. Дати су суплементни углови α и β при чему је угао суплементан са α једнак углу комплементном са β . Колики су углови α и β у степенима.
21. Угао $\alpha = 1980'$. Израчунати угао β који је комплементан са углом α и угао γ који је суплементан са α .
22. Угао α је за 14° мањи од свог комплементног угла. За колико је угао α мањи од свог суплементног угла ?

23. Збир угла комплементног датом углу α и збир угла суплементног датом углу α је једнак је четвороструком углу α . Колики је угао α ?
24. Дат је угао $\alpha = 160^\circ$. Дати угао је подељен на четири дела тако да је први два пута већи од другог, други четири пута већи од четвртог, а трећи три пута већи од четвртог. Израчунати колико износи сваки од тих углова.
25. Дат је угао α . Ако су α и β суплементни углови, а β и γ комплементни углови, израчунати: а) разлику углова α и γ ; б) угао суплементан углу γ (у функцији од α).
26. Два суплементна угла се разликују за 44° . Израчунај угао који је комплементан са мањим од њих.
27. Дат је угао α . Ако су α и β суплементни углови, а β и γ комплементни углови, израчунати: а) разлику углова α и γ ; б) угао суплементан углу γ (у функцији од α).

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Дат је угао $\alpha = 160^\circ$. Дати угао је подељен на четири дела тако да је први два пута већи од другог, други четири пута већи од четвртог, а трећи три пута већи од четвртог. Израчунати колико износи сваки од тих углова.
- 2) Збир угла комплементног датом углу α и збир угла суплементног датом углу α је једнак је четвороструком углу α . Колики је угао α ?
- 3) Праве a и b су паралелне, d права је нормална на праве a и b и сече их редом у тачкама А и В. Права c садржи тачку В и пресеца праву А у тачки С (види слику). Одреди све углове у тачкама А, В и С, ако је $\alpha + \beta + \gamma = 234^\circ$.





МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

5. РАЗРЕД

ТЕМА: МОЗАИК ЗАДАЦИ

07. 07. 2022.

1. ТРИ ЈЕДНАКА ДЕЛА Суд од 24l напуњен је водом. Ту воду треба поделити на три једнака дела употребљавајући при томе празне судове, од 13, 11 и 5 литара. Како се то може учинити?
2. СИПАЊЕ ВОДЕ Пре почетка игре Дејан, Неша и Саша имали су различите количине воде у својим лонцима. Игра је почела тако што је Дејан сипао половину своје у Нешин лонац, па у Сашин и то свакоме по половину те полвине. После тога, Неша је сипао половину укупне количине воде из свог лонца у Сашин, па у Дејанов лонац, и то сваком по половину те половине. И на крају Саша је сипао половину укупне количине воде из свог лонца у Дејанов, па у Нешин и то сваком по половину те половине. После свих тих сипања, сваки од њих је у лонцу имао по 16 литара воде. Колика је била првобитна количина воде у сваком од лонаца?
3. БАЛОНИ Балон од 10 литара напуњен је соком. Одредити како овај сок поделити на два једнака дела, користећи при том један балон од 7 литара и један балон од 3 литре.
4. ПРАВЕДНИ ФАРМЕР Неки фармер је имао башту у облику паралелограма ABCD при чему је АВ веће од ВС са извором у тачки О. Старијем сину је поклатио троуглове ABO и CDO, а остала два дела BCO и ADO млађем сину. Који брат је више добио?
5. РИБОЛОВЦИ Два брата Лука и Петар, пошла су заједно у риболов. Лука је уловио 5 риба, а Петар 3 рибе. Када су почели да их пеку, наиђе Никола и упита их да ли може да једе са њима, па да им за то плати. Поделили су рибу на три порције. Никола им је дао 800 динара. Како ће Лука и Петар поделити новац?
6. ЧОКОЛАДЕ Дванаест чоколада подељено је на дванаест лица. Свако дете је добило по две чоколаде, Свака жена по пола чоколаде, а сваки мушкарац по једну четвртину чоколаде. Колико је било деце, колико жена, а колико мушкараца?
7. БУРАД И НАСЛЕДСТВО Наследство се састоји од 7 међусобно једнаких буради испуњених вином. 7 буради испуњено до половине вином и 7 празних буради. Не вршећи никаква пресипања вина, наследство треба поделити на три наследника тако да сваки добије исти број буради и исту количину вина. Како се то може учинити?
8. КЛИКЕРИ На једној гомили има 11 кликера, на другој 7, а на трећој 6. Кликери се могу премештати са једне гомиле на другу, али само тако да се на сваку гомилу кликера пребацује са неке друге гомиле увек само онолико кликера колико кликера већ има у њој. Како је могуће са свега три премештања постићи да на свакој гомили буде исти број кликера?
9. ПАПРИТИ Соња је имала 5 листова папира. Неколико листова је поцепала на 5 делова. Неке од добијених делова поцепала је поново на по 5 делова. Да ли је могуће да је на тај начин Соња добила 100 листића?
10. КИПОВИ На неком острву су се чували кип Бога истине, који је увек давао истините одговоре, кип Бога лажи, који је увек давао лажне одговоре и кип Бога дипломатије, који је некада

говорио истину, а некада неистину. Да би установио кога је који кип представљао, један посетилац упита оног са леве стране: -Ко стоји до тебе? -Бог истине - рече овај-Ко си ти – упита посетилац оног у средини-Бог дипломатије -А, ко стоји до тебе?, упита посетилац и оног са десне стране-Бог лажи -Онда је све јасно, рече посетилац. Због чега је посетилац то могао да каже?

11. **БЛИЗАНЦИ И НАСЛЕДСТВО** Неки човек, чија је жена била пред порођајем, оставио је велико богатство и поруку:”У случају да се роди син, нека му припадне две трећине, а мајци једна трећина. У случају да се роди ћерка, нека јој припадне трећина, а мајци две трећине”. Међутим, жена је родила близанце, дечака и девојчицу. Како ће поделити наследство, а да буду испуњени сви услови?
12. **ДЕЧАК НА МОСТУ** Прешавши три осмине моста АВ, дечак је чуо сирену аутомобила који се приближавао мосту непроменљивом брзином од 60 километара на сат. Ако потрчи назад, он ће срести ауто у тачки А, ако потрчи напред онда ће га ауто срести у В. Којом брзином трчи тај дечак?
13. **ТРИ ЛАМПЕ И ТРИ ПРЕКИДАЧА** У соби су три лампе. Њихови прекидачи су изван собе. Сваким прекидачем се укључује једна од лампи. Прекидач можете да укључите колико год пута желите док сте ван собе, али у собу можете да уђете само једном. Можете ли утврдити који од три прекидача коју од лампи укључује?
14. **ПАЦИЈЕНТ И РЕЦЕПТ** Према преписаној терапији пацијент сваког јутра мора да узме две пилуле, једну из беле бочице, а једну из црне. Данас је пацијент извадио једну пилулу из беле бочице, али случајно је извадио две пилуле из црне бочице. Све три пилуле изгледају исто, тако да пацијент не може да их разликује. Како би пацијент требао да узме лек да би поступио по преписаној терапији?
15. **ЛУКА И ПЕТАР** Ако Лука у школи добије јединицу, он лаже цео дан. Иначе говори истину. Лука има млађег брата Петра који добије чоколаду сваки дан када се врати кући из школе без јединице. Једног дана Лука рече: Данас сам добио више јединица од Петра. Да ли је Петар тог дана добио чоколаду?
16. **АЦА, БОБА И ЦАЦА** Аца и Боба су упознали Цацу и желе да сазнају када је њен рођендан. Цаца свакоме од њих даје списак од 10 могућих датума: У мају– 15, 16, 19. У јуну – 17, 18. У јулу- 14, 16. У августу- 14, 15, 17 После је одвојено рекла Аци само месец рођења, а Бобију дан свог рођења. Другови су после тога изјавили: Аца- Ја не знам кад Цаца има рођендан, али сам сигурна да Боба такође не зна. Боба- У почетку нисам знао, али сада знам Аца- Онда и ја знам када је њен рођендан. Питање- Када Цаца има рођендан?
17. **ЉУБИЦА СЕЧЕ КОЛАЧ** Љубица је испекла колач који је био квадратног облика и украсила га је слојем чоколаде по ивицама. Чоколадни украс је имао облик квадратног рама. Може ли Љубица да подели тај колач (праволинијским резовима) петорици чланова своје породице, тако да свако од њих добије исту количину колача са истом количином чоколаде?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) **ЧЕТИРИ СЕСТРЕ** Ања, Љубица, Сања и Љиља су четири сестре. Свака од њих има децу. Љубица има два сестрића и три сестричине. Соња има једног сестрића и три сестричине. Љиља има једног сестрића и пет сестричина. Ања има само ћерку. Колико синова и ћерки има свака сестра? Колико сестрића и сестричина има Ања.
- 2) **КРАЉ И ЊЕГОВА СВИТА** Краљ и његова свита путују из дворца у село брзином од 5 километара на сат. Сваког сата краљ шаље гласнике у село. Гласници се крећу брзином од 20 километара на сат. У ком временском интервалу гласници стижу у село?
- 3) **БОЖИЋНА ПРОСЛАВА** На дечијој Божићној забави деда мраз је поделио 47 чоколада и 74 кесице бомбона. Свако дете је добило и чоколаду и бомбоне, али свака девојчица је добила једну чоколаду више него сваки дечак, док је свака девојчица добила једну кесицу бомбона мање него сваки дечак. Колико је деце било на забави, ако је свако дете добило обе врсте слаткиша?

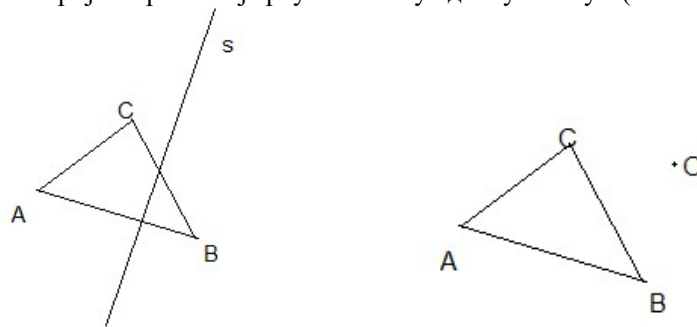


5. РАЗРЕД

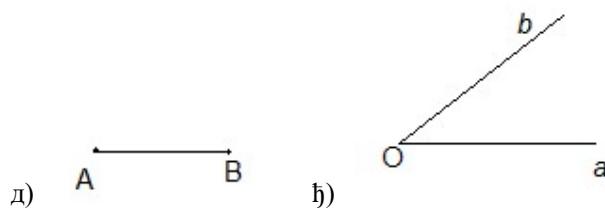
ВЕРИЦА МАРКОВИЋ: ОСНА И ЦЕНТРАЛНА СИМЕТРИЈА И ПРИМЕНЕ

08. 07. 2022.

1. Осном симетријом пресликај троугао ABC у односу на осу s (слика лево).

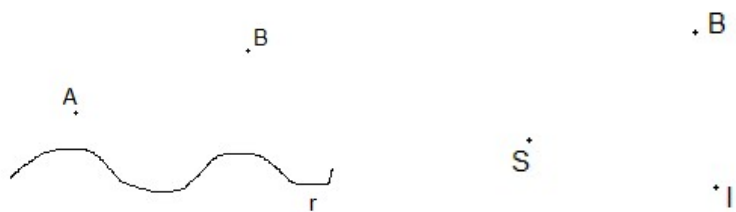


2. Централном симетријом пресликај троугао ABC у односу на центар симетрије O (слика десно).
3. Колико оса симетрије имају дата фигура:



4. а) Дата је дуж AB . Конструирати симетралу дужи AB .
б) Дат је конвексан угао $\angle aOb$. Конструирати симетралу тог угла.
5. У равни су дате тачке A и B . Одреди све тачке у равни једнако удаљене од тачака A и B .
6. Дата је права r и на њој тачка A . Конструирати праву n која садржи тачку A и нормална је на праву r .
7. Дата је права r и ван ње тачка A . Конструирати праву n која садржи тачку A и нормална је на праву r .

8. Дата су два села А и В и река г. Одреди место на реци где треба изградити мост тако да буде једнако удаљен од оба села.

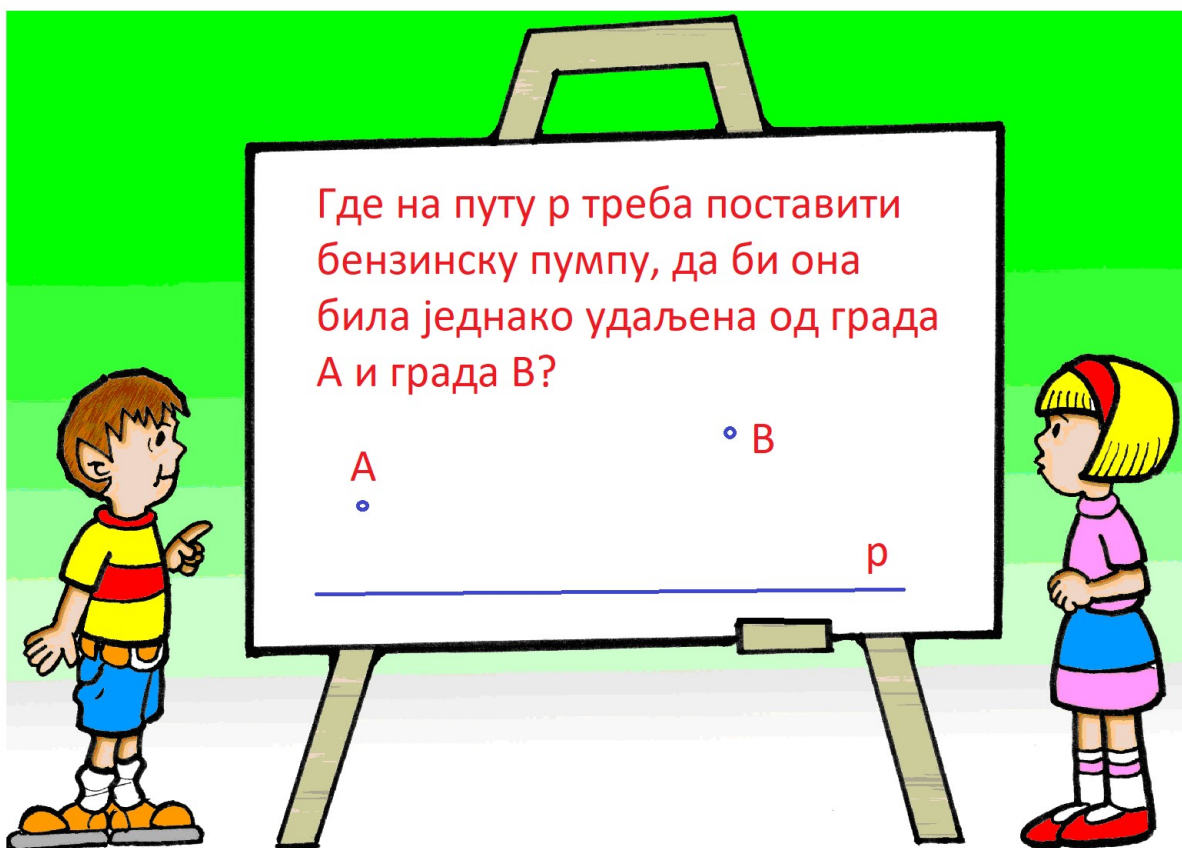


9. Пронађена је мапа са објашњењем где се налази благо. На мапи су приказани извор (I), бор (B) и стена (S). Благо је закопано на месту које је на једнакој удаљености и од извора и од бора и од стене. Пронађи место где је благо закопано.
10. Дат је троугао ABC. Опиши круг око датог троугла.
11. Марија је конструисала кружницу k , али је заборавила да обележи центар. Конструкцијски одреди центар тог круга.
12. Дата је кружница k и произвољне тачке А и В. Одредити тачку М на кружници k тако да је $AM=BM$.
13. Дате су тачке А, В и С. Одредити тачку М која је једнако удаљена од тачака А и В, а од тачке С је удаљена 2 cm.
14. Дате су тачке А и В и права p . Конструисати кружницу k која садржи тачке А и В, а центар О припада датој правој p .
15. Дате су тачке А и В и права p паралелна са AB . Конструисати кружницу k која пролази кроз тачке А и В и додирује праву p .
16. Тачка А је у унутрашњој, а тачка В у спољашњој области датог конвексног угла. Одредити тачку М која је једнако удаљена од кракова датог угла, при чему је $AM=BM$.
17. Дат је троугао ABC. Одредити тачку М једнако удаљену од страница AC и BC и темена А и В.
18. Дат је троугао ABC. Одреди тачку М у унутрашњости троугла ABC једнако удаљену од страница тог троугла.
19. Дат је троугао ABC. У дати троугао упиши кружницу.
20. Кроз дату тачку А изван унутрашње области датог угла xOy конструисати праву p која са крацима гради једнаке углове.
21. Дате су праве a и b које се секу и тачка А на правој a . Конструисати кружницу k која пролази кроз тачку А и додирује дате праве a и b .
22. Дата је права s и тачке А и В са разних страна праве s . Конструисати угао AOB тако да је права s оса симетрије угла AOB.
23. Дата је права p и тачке А и В са исте стране праве p . На правој p одредити тачку М тако да збир растојања $AM+BM$ буде најмање могућ.
24. У правоугаоном билијару ABCD налазе се лопте М и N. Како треба ударити лопту М да би после одбијања од ивице билијара CD погодила лопту N?
25. Дати су дуж АВ, њена симетрала s и тачка С. Користећи само лењир конструисати тачку S' која је симетрна са С у односу на праву s .
26. Дат је $\angle xOy$, али се његови краци секу ван цртежа. Конструисати симетралу $\angle xOy$.
27. У равни су дате три произвољне праве a , b и c . Одредити на правој a тачку А и на правој b тачку В тако су тачке А и В осносиметричне у односу на праву c .
28. Подели правоугаоник двема правима тако да се добије два троугла и два петougла.

29. Соња и Лука желе да играју игру с новчићима. Имају једнак број новчића и наизменично стављају новчиће на подлогу у облику правоугаоника. Прва игра Соња. Победник је играч који стави последњи новчић на подлогу. Шта Соња треба да уради да би обезбедила сигурну победу?
30. Један цар је имао два сина и изузетно скупоцен тепих. Тепих је био сав од злата и драгог камења. На жалост, био је оштећен и имао је рупу у облику круга. Цар је желео да равномерно подели тепих синовима, али само помоћу једног праволинијског реза. Како је то цар учинио?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Дат је троугао ABC . Одредити тачку M једнако удаљену од страница AC и BC и темена A и B .
- 2) У равни су дате три произвољне праве a , b и c . Одредити на правој a тачку A и на правој b тачку B тако су тачке A и B осносиметричне у односу на праву c .
- 3) Кроз дату тачку A изван унутрашње области датог угла xOy конструисати праву p која са крацима гради једнаке углове.





6. РАЗРЕД

СЛАЂАНА РАЛОВИЋ: ОПЕРАЦИЈЕ У СКУПУ ЦЕЛИХ БРОЈЕВА

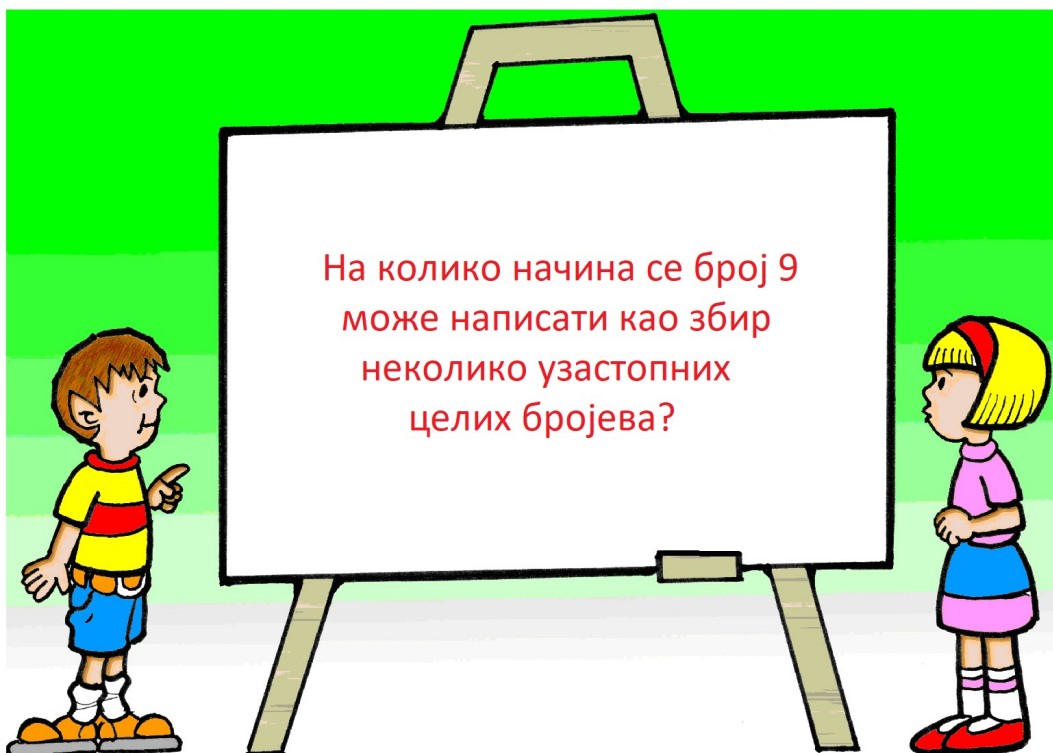
04.07.2022.

1. Поређај по величини апсолутне вредности израза A, B, C ако је: $A = |-7| - 2 \cdot (-3) - 3$, $B = 7 - 3 \cdot |-3| + 5 \cdot (-7)$ и $C = |-3 - 7| - (-3)(-7) + 11$.
2. Може ли збир три узастопна цела броја бити 2?
3. Колико најмање узастопних целих бројева треба сабрати да би се добио збир 101?
4. Колико највише целих узастопних бројева треба сабрати да би се добио збир 3?
5. Може ли цео број бити већи од своје апсолутне вредности?
6. Израчунај вредност израза $A = |a + 3| + |a - 3| + |a - 1|$, ако је $a = -10$.
7. За $x = -1$ и $y = -5$ израчунај вредност израза: $|x - y| + 2|y| - |x + y|$.
8. Израчуј суму: $|1 - 2| + |3 - 4| + |5 - 6| + \dots + |2019 - 2020| + |2021 - 2022|$.
9. Ако је $x = 5$ израчунати суму $|x - 1| + |x - 2| + \dots + |x - 100|$.
10. Ако је $x + y = 0$, онда је $|x| = |y|$. Докажи да важи и обрнуто, тј. ако је $|x| = |y|$, онда је $x + y = 0$?
11. Израчунај збир десет узастопних целих бројева ако су: а) само четири броја позитивна; б) само три броја негативна.
12. Израчунати вредност израза $|a - |b + |c|| + c| + |a + |b - |c|| - c|$ ако је $a = -5, b = -6, c = -7$.
13. Колико је: а) $(-25) + (-24) + \dots + 28 + 29$; б) $(-85) + (-84) + \dots + 87 + 88$?
14. Упореди целе бројеве a и b ако је $a = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100 + 101$ и $b = 1 - 3 + 5 - 7 + \dots + 97 - 99 + 101 - 103$.
15. Реши по x следеће једначине:
а) $(-10) + (-9) + \dots + (x-1) + x = -44$ ($x \in \mathbb{Z}$);
б) $x + (x+1) + \dots + 17 + 18 = 51$ ($x \in \mathbb{Z}$).
16. Збир 10 узастопних целих бројева је 15. Који су то бројеви?
17. Збир 2021 узастопних целих бројева једнак је 0. О којим бројевима је реч?

18. Збир неколико узастопних целих бројева је 25. О којим бројевима је реч?
19. Одреди 2021 узастопа цела броја таква да је њихов збир једнак 2021.
20. Колико решења у скупу целих бројева има једначина: $|x| + |y| = 3$?
21. У поља квадрата 3×3 распореди бројеве из скупа $\{-1, 0 \text{ и } 1\}$ тако да је збир бројева у свакој колони, врсти и дијагонали различит. Да ли је то могуће ?
22. На табли су написани бројеви $-6, -5, -4, -3, -2, -1$. Дозвољено је у једном кораку било која два броја увећати за по 1. Да ли се, после извесног броја корака, могу добити сви једнаки бројеви?
23. Упореди целе бројеве a и b ако је $a = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 2019 - 2020 + 2021 - 2022$ и $b = 2 - 4 + 6 - 8 + \dots + 2018 - 2020 + 2022$.
24. На кружници је записано шест целих бројева. Сваки од њих је једнак апсолутној вредности разлике два броја који су на кружници његови претходници. Одреди записане бројеве и њихов распоред на кружници, ако је збир свих шест бројева једнак 4.

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Постоје ли цели бројеви x и y такви да је $x + y = -17$ и $x - y = 6$?
- 2) Одреди све узастопне целе бројеве тако да је њихов збир -35 .
- 3) Збир три цела броја је 0, а збир њихових апсолутних вредности је 8. О којим бројевима је реч? Колико има решења?





6. РАЗРЕД

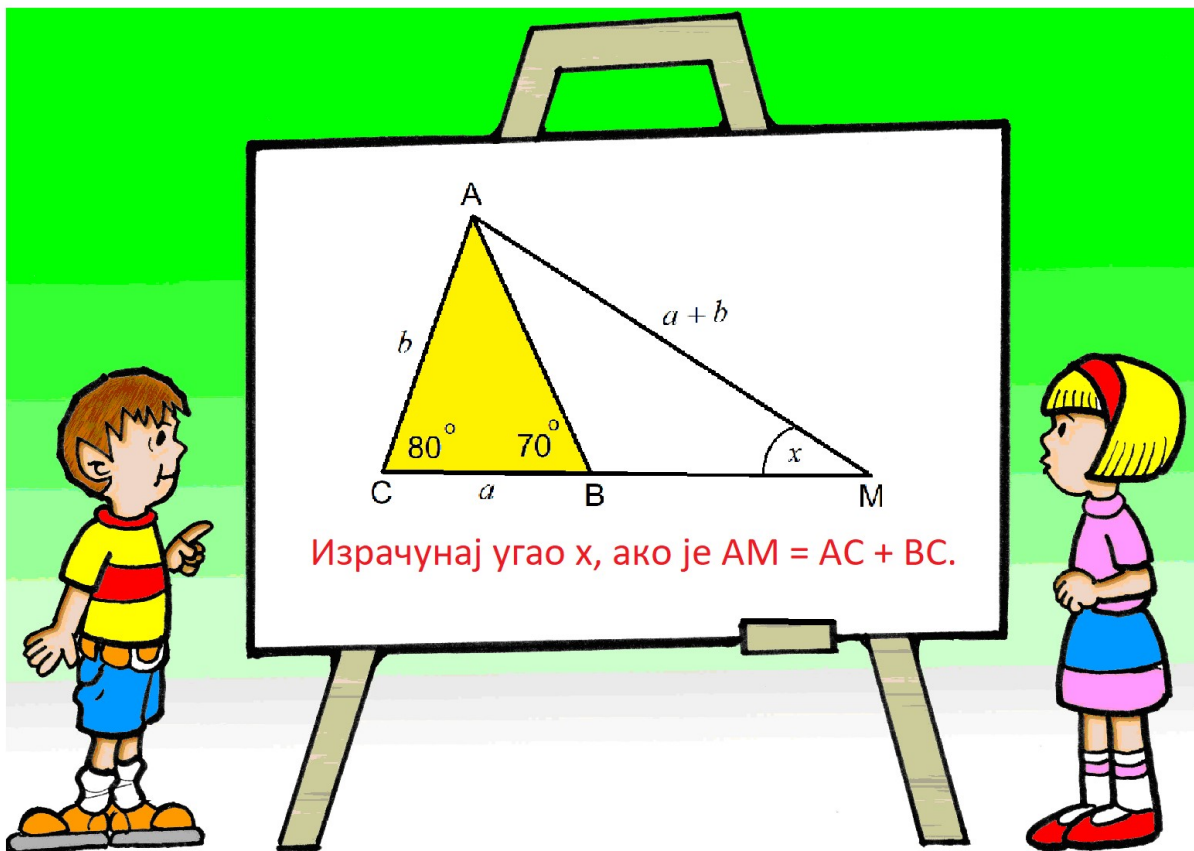
ИВАНА РАДУЛОВИЋ: ПОДУДАРНОСТ ТРОУГЛОВА И ПРИМЕНЕ

05. 07. 2022.

1. За троуглове ABC и $A_1B_1C_1$ важи: $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ и висина $CD = C_1D_1$.
Да ли су троуглови ABC и $A_1B_1C_1$ подударни?
2. Докзати да је свака тачка на симетрали угла једнако удаљена од кракова тог угла.
3. За троуглове ABC и $A_1B_1C_1$ важи: $AB = A_1B_1$, $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ и симетралне дужи $AD = A_1D_1$. Да ли су троуглови ABC и $A_1B_1C_1$ подударни?
4. Доказати да је свака тачка на симетрали дужи једнако удаљена од крајева те дужи.
5. Доказати да су висине које одговарају крацима једнакокраког троугла једнаке.
6. На кружници k су уочени пречници AB и CD . Доказати да је $AC = BD$.
7. Тачке M и N су редом средишта страница AC и BC једнакокраког троугла ABC . Доказати да је $BM = AN$.
8. На симетрали угла $\angle O$ дата је тачка M . Ако су A и B тачке на крацима x и y такве да је $OA = OB$, онда је и $MA = MB$.
9. У једнакокраком троуглу ABC ($AC = BC$) на основици AB дате су тачке D и E такве да $AD = BE$. Докажи да је $CD = CE$.
10. Висине AA' и CC' троугла ABC секу се у тачки H . Израчунај $\angle ACB$, ако је $CH = AB$.
11. На продужетку странице AB , троугла ABC , иза B у односу на A дата је тачка M , тако да је $BM = BC$. Доказати да је права MC паралелна симетрали угла ABC .
12. Један угао правоуглог троугла је 30° . Тачка M је средиште хипотенузе AB , а N је тачка на страници AC тако да је MN нормално на AB . Доказати да је $AC = 3 \cdot MN$.
13. За троуглове ABC и $A_1B_1C_1$ важи: $AB = A_1B_1$ и висина $AD = A_1D_1$ и $BE = B_1E_1$.
Да ли су троуглови ABC и $A_1B_1C_1$ подударни?
14. Докажи да су два троугла подударни ако су подударне по две странице и висина на трећу страницу.

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) У троуглу ABC је $\angle ABC = 15^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$. Права која садржи A и нормална је на AB сече страницу BC у тачки M . Доказати да је $BM = 2 \cdot AC$.
- 2) Кроз било коју тачку M основице једнакокраког троугла ABC конструисане су нормале MN и MP на краке AC и BC . Доказати да је збир $MN + MP$ константан.
- 3) Симетрале оштрих углова правоуглог троугла ABC секу наспрамне катете BC и AC у тачкама D и E . Из D и E конструисане су нормале DM и EN на хипотенузу AB . Колики је $\angle MCN$?





МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

6. РАЗРЕД

ЉИЉАНА ВРАЧАР: ПРОПОРЦИЈЕ И ПРОЦЕНТИ

06. 07. 2022.

1. Ако је неко за 5,2 kg јабука платио 312 динара, колико треба платити за 1,5 kg тих истих јабука?
2. Ако четири радника ураде неки посао за шест дана, за колико ће дана тај исти посао урадити три радника, под условом да сви радници раде истом брзином?
3. Неко је за пет дана прочитао књигу од 120 страница. За колико дана ће прочитати књигу од 480 страна ако чита истом брзином?
4. Шта је повољније купити : 0,75 литара сока по цени од 96 динара или паковање од 1,25 литара истог сока по цени од 125 динара?
5. Рецепт за једну врсту колача прописује да на два реда чоколаде треба додати $\frac{3}{4}$ шоље брашна. Колико шоља брашна треба додати ако смо ставили 6,5 редова чоколаде?
6. Од 70kg свежег грожђа добија се 14kg сувог грожђа. Колико ће се килограма сувог грожђа добити од 100kg свежег?
7. Берачи јабука обрали су воћњак површине 2 хектара за 15 дана, радећи дневно по 8 сати. Берачи се договоре да други, исти толики воћњак (2 хектара), оберу за 10 дана. За колико сати морају продужити радно време, да би извршили план?
8. Имамо 16 литара разблаженог сока, који смо добили сипањем концентрованог воћног сирупа у чисту воду. Количине воде и сирупа су у размери 5:3. Ако долијемо још 2 литара чисте воде, у којој ће размери бити количине воде и концентрованог сирупа?
9. На крају школске године у једном одељењу било је 7 одличних, 8 врло добрих, 6 добрих, 3 довољна и једна недовољна оцена. Изрази у процентима број оцена.
10. Цена једног производа је са 90 динара повећана на 117 динара. Колико је повећање у процентима?
11. После снижења цене за 12% цена једне кошуље је 154 динара. Колика је цена била пре тог снижења?
12. Од продаје робе за 26 070 динара продавница заради 2 370 динара. Колика је зарада у процетима?

13. После поскупљења за 15% цена једног комплета књига је 2 300 динара. Колика је цена била пре тог поскупљења?
14. Цена летовања за четворочлану породицу износи 80 000 динара. Ако се уплати до 1. марта цена летовања се умањује за 10%, а ако се уолати до 1. априла цена се умањује за 4%. Породица Тишић је уплатила летовање 25. фебруара, а породица Мачкић 15. Марта. Колика је динара породица Мачкић више уплатила од породице Тишић?
15. Брзина ветра кроз шуму је за 30% мања него кроз отворено поље. Одреди брзину ветра у пољу ако је она кроз шуму 4,2m/s.
16. На такмичењу је учествовало 320 ученика. Њих 35% је стекло право учешћа на такмичењу вишег ранга, а од њих је 25% освојило награде. Колико ученика је награђено?
17. При сушењу јабуке губе 84% своје масе. Колико треба свежих јабука за 32kg сувих?
18. У 22 литара чисте воде растворено је 3kg соли. Колико процената соли садржи раствор?
19. Јагоде чија је маса 1000kg садрже 92% воде. После извесног времена количина воде се смањи на 90%. Колика је сада маса јагода?
20. Цена улазнице за биоскоп је 360 динара. Када је цена улазница смањена, број посетилаца се повећао за 50%, а приход за 25%. Колика је нова цена улазнице?
21. Камени угаљ у јами садржи 2% воде, а после неколико дана изван јаме он је садржао 6% воде. За колико се повећа количина угља од 1500t изван јаме?
22. Морска вода садржи 5% соли. Колико литара чисте воде треба помешати са 40l морске воде да би се добио раствор од 1% соли?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Од 70kg свежег грожђа добија се 14kg сувог грожђа.
 - а) Колико је килограма свежег грожђа потребно да би се добило 100kg сувог?
 - б) Колико процената масе се губи након сушења свежег грожђа?
- 2) Возећи брзином од 60km/h аутомобил једну раздаљину између градова А и Б пређе за три ипо сата. За колико ће прећи исту раздаљину ако вози 10km/h брже?
- 3) После појефтињења од 20 % цена књиге је 880 динара. Колика је била цена пре снижења?

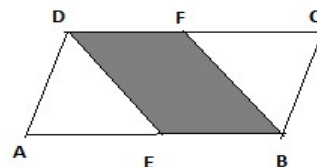
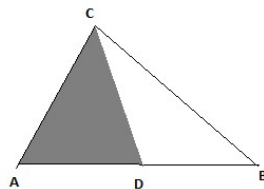


6. РАЗРЕД

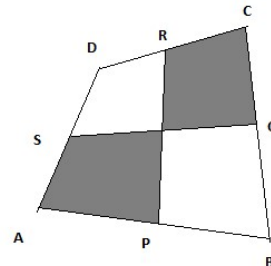
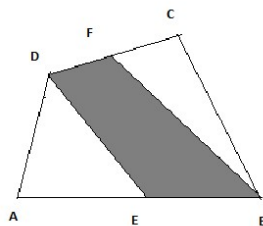
ВЕРИЦА МАРКОВИЋ: ПОВРШИНА ФИГУРА

07. 07. 2022.

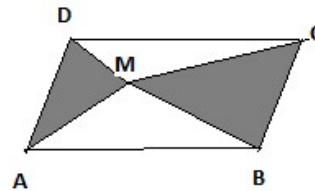
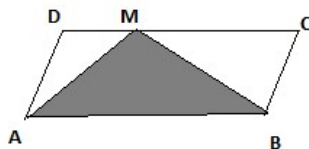
1. Тежишна дуж дели троугао на два троугла једнаких површина (слика лево). Докажи.



2. Површина осенченог дела паралелограма је 10 cm^2 . Израчунај површину паралелограма ABCD ако су тачке E и F средишта страница AB и DC (слика десно).
3. Који део четвороугла ABCD је осенчен, ако су тачке E и F средишта страница AB и DC (слика лево)?

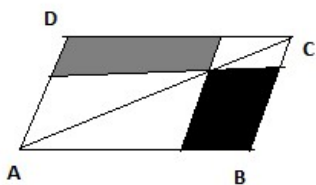


4. Који део четвороугла чини осенчени део ако су тачке P, Q, R и S средишта страница AB, BC, CD и DA (слика десно)?
5. Површина осенченог дела паралелограма је 10 cm^2 . Израчунај површину паралелограма ABCD ако је тачка M произвољна тачка која припада страници DC (слика лево).



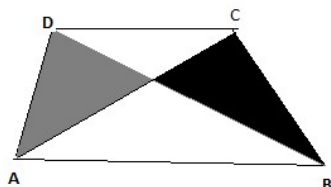
6. Који део паралелограма чини осенчени део, ако је тачка M произвољна тачка у паралелограму (слика десно).

7. Одреди однос различито осенчених делова паралелограма.

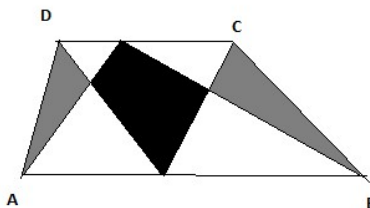


8. Одреди однос различито осенчених делова трапеца.

а)

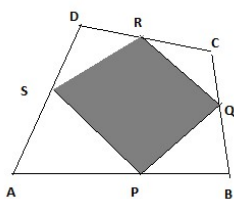


б)

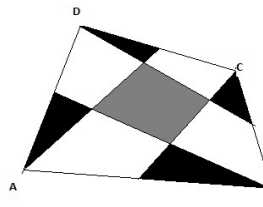


9. Нека је тачка О пресек дијагонала АС и ВD трапеца АВСD. Доказати да важи $P_{AOD} \cdot P_{BCO} = P_{AOB} \cdot P_{COD}$.

10. Одреди однос различито осенчених делова четвороугла ако су тачке Р, Q, R, S и Т средишта страница АВ, ВС, CD и DA.

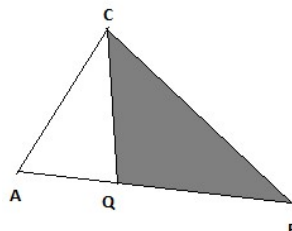
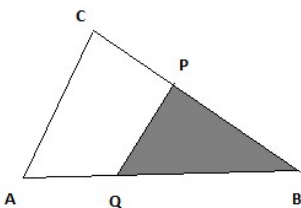


а)



б)

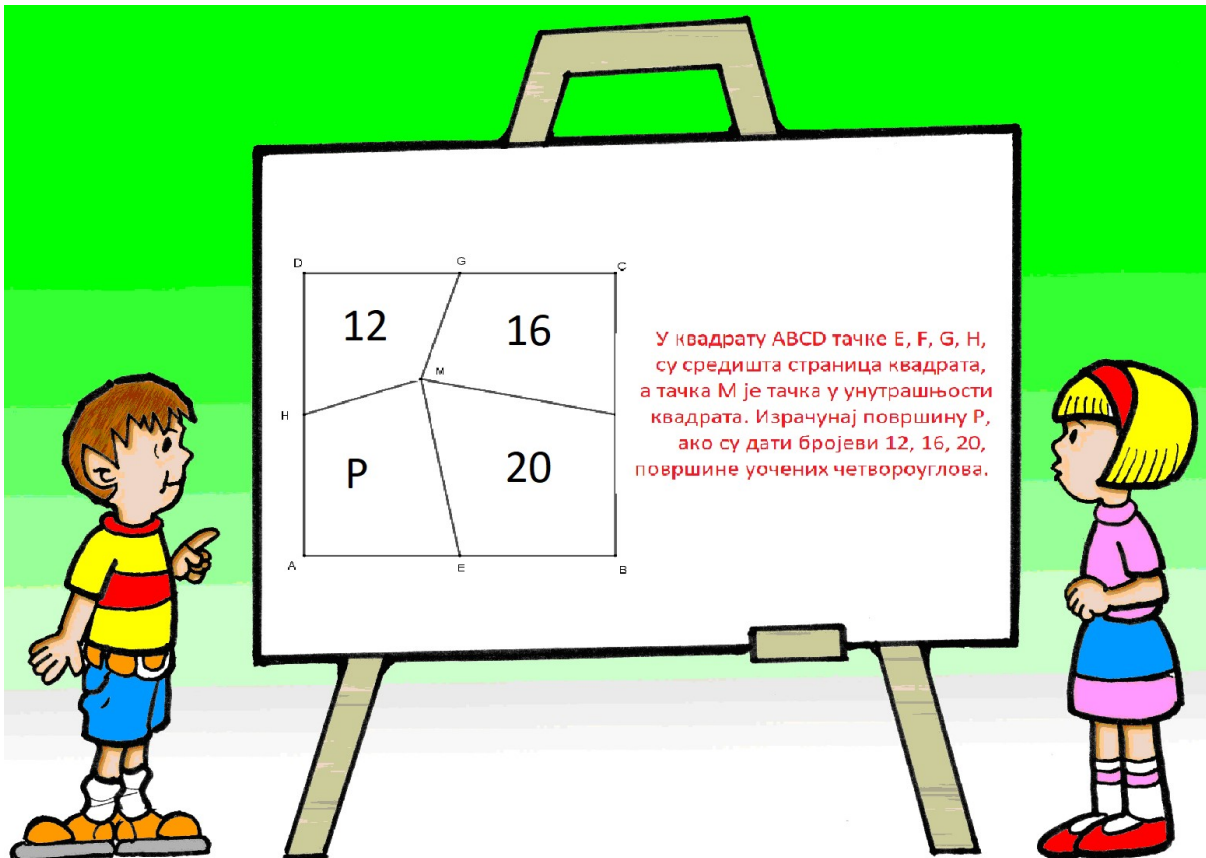
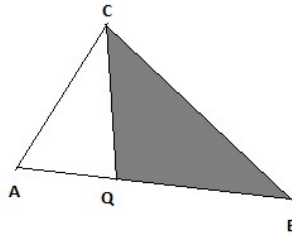
11. Површина троугла ABC је 60 cm^2 . Одреди површину осенченог дела ако тачка Q дели страницу АВ у размери 1:2 (слика лево).



12. Површина троугла ABC је 60 cm^2 . Одреди површину осенченог дела ако тачка Q дели страницу АВ у размери 1:2, а тачка Р дели страницу ВС у размери 3:2 (слика десно).

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

1. Конвексан четвороугао подељен је дијагоналама на четири троугла чије су површине различити цели бројеви из скупа $\{3,4,5,6,7,8,9\}$. Одреди површину четвороугла.
2. Траpez је својим дијагоналама подељен на четири троугла. Површине троуглова уз основице су 4 cm^2 и 9 cm^2 . Одреди површину трапеза.
3. Површина троугла ABC је 84 cm^2 . Одреди површину освененог дела ако тачка Q дели страницу AB у размери $3:4$.





6. РАЗРЕД

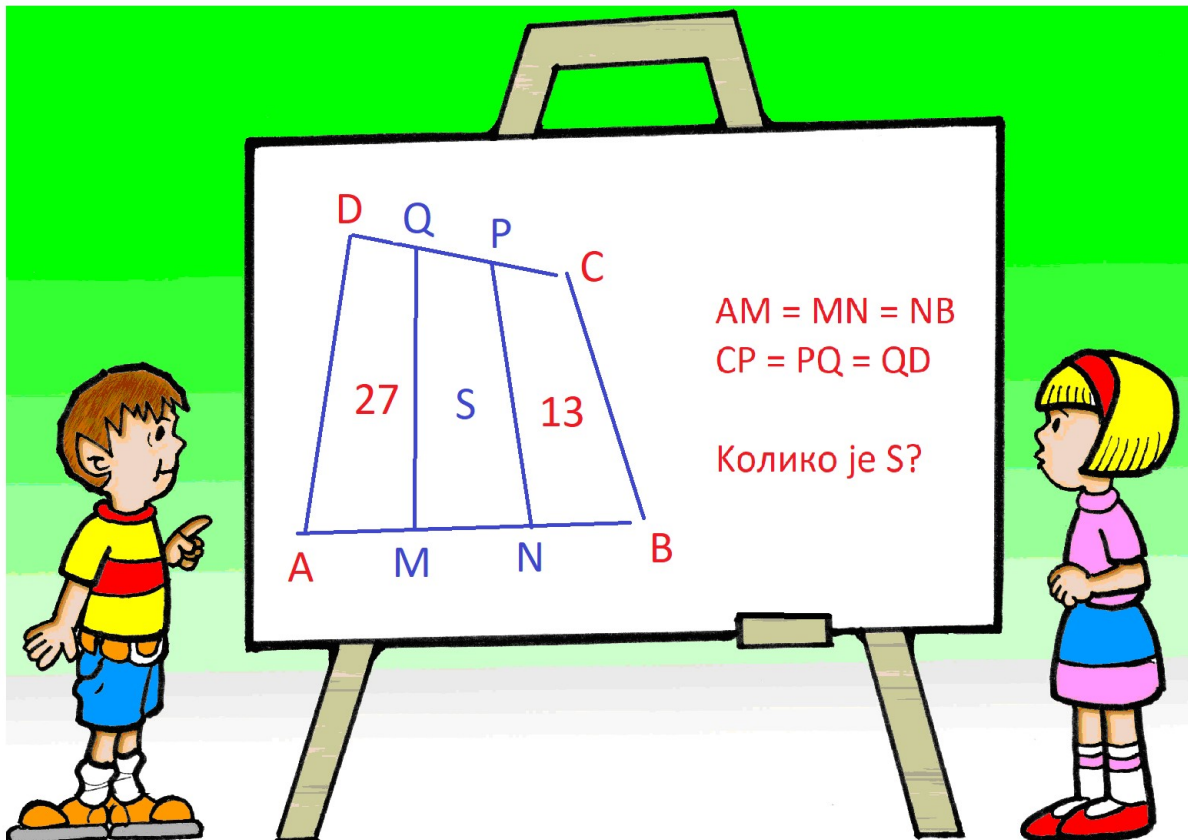
ДР ВОЈИСЛАВ АНДРИЋ: ОДАБРАНИ ЗАДАЦИ О ЧЕТВОРОУГЛУ

08. 07. 2022.

1. Једнакокраки трапез $ABCD$ ($AB \parallel CD$ и $AB > CD$), дијагоналном AC је подељен на два једнакокрака троугла. Израчунати углове трапеза.
2. Темена основице једнакокраког троугла и пресеци симетрала углова на основици са крацима, представљају темена трапеза који има три једнаке странице. Доказати.
3. Збир углова на мањој основици трапеза већи је од збира углова на већој основици. Доказати.
4. Доказати да су средишта страница једнакокраког трапеза темена ромба.
5. Тачке E и F су средишта страница AB и CD четвороугла $ABCD$. Доказати да су средишта дужи AF , BF , CE и DE темена паралелограма.
6. Доказати да су средишта страница и подножје било које висине у троуглу темена једнакокраког трапеза.
7. У једнакокраком трапезу одстојање једног краја основице од наспрамног крака је два пута мање од веће основице. Израчунати углове тог трапеза.
8. Дијагонале AC и BD једнакокраког трапеза $ABCD$ ($AB \parallel CD$) секу се у тачки O под углом од 60° . Доказати да су средишта дужи AO , OD и BC темена једнакостраничног троугла.
9. Ако дијагонале трапеза полове углове на једној основици, онда је трапез једнакокраки и има три једнаке странице. Доказати.
10. Доказати да је у конвексном четвороуглу збир два спољашња угла једнак збиру два унутрашња угла који су несуседни са тим спољашњим угловима.
11. Дијагонале два правоугаоника од којих је један уписан у други секу се у једној тачки. Доказати.
12. Дат је троугао ABC . Конструисати правоугаоник чија је површина једнака површини датог троугла.
13. Дијагонале трапеза $ABCD$ ($AB \parallel CD$) секу се у тачки O . Докажи да је површина троугла AOD једнака површомо троугла BOC ,

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Из темена A правоугаоника $ABCD$ конструисана је нормала на дијагоналу BD и продужена за своју дужину до тачке F . Доказати да је четвороугао $BDCF$ једнакокраки трапез.
- 2) Наспрамне странице четвороугла $ABCD$ једнаке су међу собом ($AB = CD$). Доказати да права p која садржи средишта других двеју страница четвороугла одређује са правама AB и CD једнаке углове.
- 3) Дат је правоугли троугао ABC ($\angle ACB = 90^\circ$). Над страницама AC и BC конструисани су споља квадрати $ADKC$ и $CBNE$. Доказати да је збир нормалних одстојања тачака D и N од хипотенузе једнак хипотенузи AB .





7. РАЗРЕД

ВЕРИЦА МАРКОВИЋ: НЕЛИНЕАРНЕ ДИОФАНТСКЕ ЈЕДНАЧИНЕ

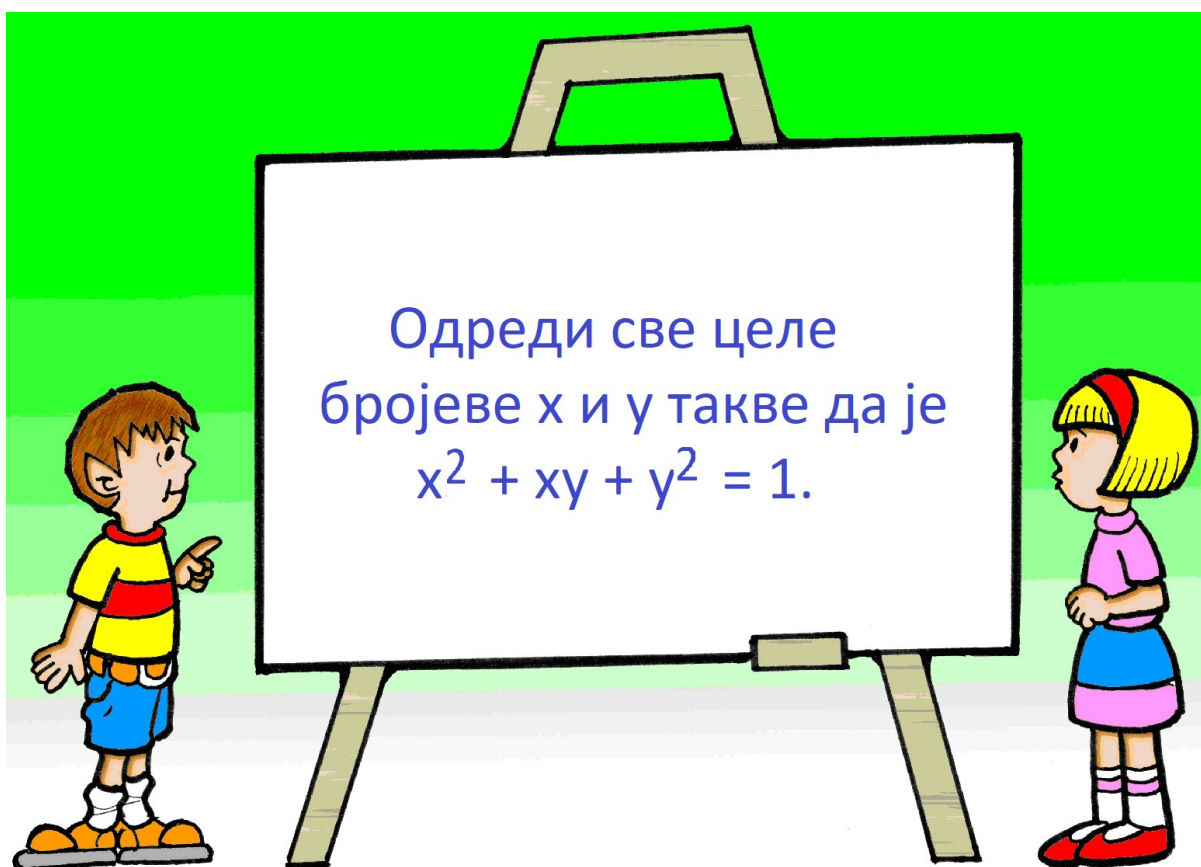
04.07.2022.

- У скупу целих бројева решити једначине:
а) $xy + 3x = 5$; б) $2x + xy = 13$
- Одредити целе бројеве x и y такве да је:
а) $xy - 3x - 2y + 6 = 5$; б) $xy - 4x + 2y = 9$; в) $xy + 5y - 3x = 17$.
- У скупу природних бројева реши једначине:
а) $xy + x - 2y = 7$; б) $xy - 4y + 3x = 15$
- Одредити сва целобројна решења једначина: а) $x^2 - y^2 = 12$; б) $x^2 - 2021 = y^2$.
- Колико има правоуглих троуглова чија је једна катета 6cm , а друга катета и хипотенуза су цели бројеви?
- Одреди природан број n и прост број p тако да је $7p + 1 = n^2$.
- Одредити природан број n такав да је $n^2 + 2n + 19$ потпун квадрат неког природног броја.
- Одреди све природне бројеве n и све просте бројеве p , тако да је : $n^3 + 7n^2 + 14n - 6p = -8$
- Решити једначину у скупу целих бројева : $xy + 5y = x$.
- Решити једначину у скупу целих бројева: $xy + 4x - 3y = 15$
- У скупу природних бројева реши једначину : $x^2 + y^2 = 1$.
- У скупу целих бројева реши једначину: $x^2 + y^2 = 5$.
- У скупу природних бројева реши једначине:
а) $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$; б) $x^2 + y^2 - 10x + 25 = 0$; в) $4x^2 + y^2 = 6y - 4x - 9$.
- У скупу целих бројева реши једначину: $x^4 + y^2 + 2y = 1$.
- У скупу целих бројева реши једначину: $(y^2)^2 + x^{2010} = 2y^2 - 1$.
- Одредити целе бројеве x и y тако да је: $x^2 + 5y = 1234567$.
- Докажи да једначина $x^2 - 5y = 10z + 3$ нема решења у скупу природних бројева.
- Доказати да једначина $x! + y^2 = 987654$ нема решење у скупу природних бројева.

19. У скупу природних бројева решити једначину : $x! + 2y = 2023$.
20. Постоје ли цели бројеви x и y такви да је: $x^2 + 4y = 2223$.

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Одреди све целе бројеве x и y тако да је $x^2 - y^2 = 17$.
- 2) У скупу целих бројева реши једначину $x^2 + xy + y^2 = 1$.
- 3) Колико решења има једначина $x! + y^2 = 257$?





МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

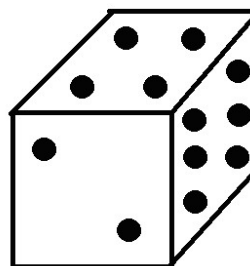
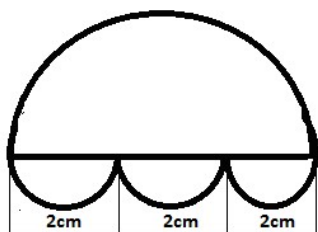
7. РАЗРЕД

СЛАВИЦА ЂУКИЋ: ОБИМ И ПОВРШИНА КРУГА

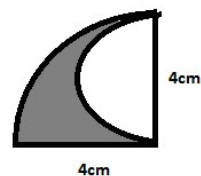
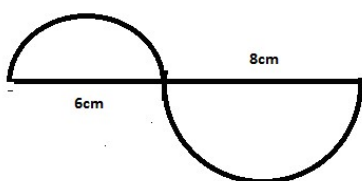
05.07.2022.

1. Одреди обим и површину круга полупречника $r = 7$ cm ($\pi \approx \frac{22}{7}$).
2. Одреди обим круга чија је површина 25π cm².
3. Одреди пречник и површину круга чији је обим 3,14cm и $\pi \approx 3,14$.
4. Површина квадрата је 12 cm². Одреди површину круга који је описан око тог квадрата.
5. Дужина тетиве АВ датог круга је 4 cm, а њено растојање од центра круга је 1 cm. Одреди површину тог круга.
6. Тетиве АВ и АС једног круга су ортогоналне и дужина 6 cm и 8 cm. Одреди полупречник и обим тог круга.
7. Дужина кружног лука АВ једног круга је π cm, а централни угао над тим луком 15° . Одреди обим тог круга.
8. Обим круга је $62,8$ cm. Колики је централни угао α који одговара луку дужине $12,56$ cm.
9. Висина једнакостраничног троугла је 6 cm. Одреди обим и површину круга који је уписан у тај троугао.
10. Површине кругова полупречника 10 cm и 8 cm разликују се за: а) 2 cm²; б) 36π cm²; в) 36 cm²; г) 4π cm².
11. Израчунај обим круга полупречника $4,5$ cm ($\pi \approx 3$). Прикажи поступак.
12. Обим круга је 16π cm. Колика је његова површина. Заокружи слово.
а) 256π cm²; б) 64π cm²; в) 256 cm²; г) 64 cm².
13. Пречник тракторског точка је 100 cm. Колики пут ће прећи трактор чији се точак окрене без клизања 7000 пута ($\pi \approx \frac{22}{7}$).
14. Пречник круга је 10 cm. За колико ће се повећати обим, а за колико површина круга ако се пречник повећа за 2 cm?
15. Дужине катета правоуглог троугла су 1 cm и $\sqrt{3}$ cm. Колика је површина круга описаног око тог троугла?
16. Израчунати О и Р полукруга полупречника 4 cm.
17. Израчунај О и Р круга описаног око правоугаоника чије су странице 12 cm и 16 cm.

18. Ако је висина једнакостраничног троугла 9 cm, израчунај обим и површину круга описаног око тог троугла.
19. На слици је приказана фигура оивичена полкружницама. Одреди обим и површину те фигуре.



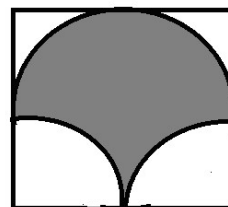
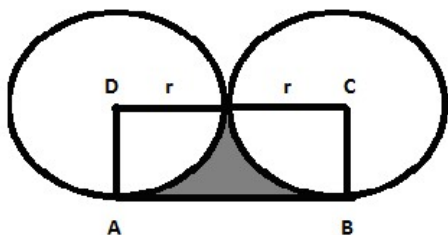
20. На коцкици за игру сваки круг којим су означени бројеви на странама коцке је полупречника 0,1 cm. Одреди укупну површину свих кружића на коцки.
21. Странаца ромба је 8 cm, а један његов угао је 30° . Израчунај O и P круга уписаног у ромб.
22. Странаца ромба је $4\sqrt{3}$ cm, а један његов угао 120° . Одреди површину круга који је уписан у тај ромб.
23. Израчунај дужину криве линије АВ са слике (лево).



24. Израчунај O и P осенчене фигуре са слике (десно).

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Странаца једнакостраничног троугла је 12 cm. Израчунај обим и површину круга уписаног у троугао и круга описаног око троугла.
- 2) Два подударна круга полупречника 12 cm (слика лево) додирују се споља. Израчунај површину правоугаоника ABCD са слике и P означене фигуре.



- 3) Израчунај обим и површину фигуре са слике (десно).



МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

7. РАЗРЕД

ДР ВОЈИСЛАВ АНДРИЋ: УВОД У КОМБИНАТОРИКУ

06. 07. 2022.

1. Дата је шаховска табла 5×5 . Да ли је могуће да скакач који се налази у доњем левом углу шаховске табле у наредна 24 потеза обиђе целу шаховску таблу?
2. Колико чланова има низ $43, 47, 51, \dots, 2015, 2019$?
3. Израчунај збир бројева: $104 + 107 + 110 + \dots + 2018 + 2020$.
4. Колико има четвороцифрених природних бројева који при дељењу са 67 дају количник једнак остатку? Који је најмањи, а који највећи од тих бројева?
5. Одељење А има а ученика, одељење В има b ученика, а одељење С има c ученика. На колико начина се може формирати трочлана ученичка делегација, ако у делегацији мора бити по један ученик из сваког одељења?
6. На колико начина 5 ученика могу сести на 10 расположивих и нумерисаних столица S_1, S_2, \dots, S_{10} , при чему сви ученици седе и на свакој столици седи само један ученик?
7. На колико начина 10 ученика могу сести на 5 расположивих и нумерисаних столица S_1, S_2, \dots, S_5 , при чему 5 ученика седи, 5 ученика стоји и на свакој столици седи само један ученик?
8. Да ли скакач полазећи са ма ког поља може обићи сва поља шаховске табле 6×6 ?
9. На колико начина могу бити одиграна прва два потеза (по један потез белог и црног играча) у једној шаховској партији?
10. На колико начина се може обојити шаховска табла (8×8) ако се свако њено поље боји плавом, жутом или зеленом бојом?
11. Могу ли се бројеви $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ распоредити у поља квадратне таблице 3×3 , тако да је производ бројева по врстама, колонама и дијагоналама једнак?
12. Колико има троцифрених бројева чији је збир цифара непаран?
13. Колико има четвороцифрених бројева чији је збир цифара већи од 33?
14. Колико има петочифрених бројева са различитим цифрама код којих су цифре 1 и 2 једна до друге?
15. Колико има шесточифрених природних бројева чији је производ цифара паран?
16. Колико различитих дилаца (укључујући број 1 и самог себе) има број $n = 2^6 \cdot 3^5 \cdot 4^4 \cdot 5^3 \cdot 6^2$?

17. Ако са $|S|$ означимо број елемената скпа S , онда важи једнакост:
 $|A \cup B \cup C| = |A| \cup |B| \cup |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$ (принцип укључења – искључења).
18. Колико има троцифрених бројева који нису дељиви ни са 2, ни са 3 ни са 5?
19. Колико има петоцифрених палиндрома чији су елементи 1, 2, 3 и 4?
20. Комплет домина на којима су комбинације од два елемента из скупа $\{0, 1, 2, \dots, 5, 6\}$ има 28 домина. Колико домина би имао комплет на коме су комбинације од по два елемента из скупа $\{0, 1, 2, \dots, 10\}$?
21. На старту финалне трке је 8 атлетичара. На колико се начина могу: а) поделити златна, сребрна и бронзана медаља; б) одабрати тројица за посету спонзору трке?
22. Дато је 10 тачака од којих никоје две нису на истој правој. Колико има троуглова, а колико четвороуглова чија су темена дате тачке?
23. Дат је конвексан тринаестоугао. Региструју се сви петоуглови чија су темена – темена датог тринаестоугла и сви осмоуглови чија су темена – темена датог тринаестоугла. Да ли је регистровано више петоуглова или више осмоуглова?
24. У плесној школи има 20 девојака и 20 младића. На колико начина они могу направити 20 мешовитих плесних парова? На колико начина они могу изаћи на сцену, ако излазе, пар за паром?
25. На колико начина могу бити одиграна прва три потеза у једној шахо- вској партији (два потеза белог и један потез црног играча), ако се зна да сва три потеза одиграна скакачима?
26. На колико начина се могу поређати у низ бројеви $1, 2, 3, \dots, 2n$ тако да сви парни бројеви буду на парним местима?
27. Да ли је више природних бројева мањих од 1000 чији је збир цифара једнак 13, или је више таквих природних бројева чији је збир цифара једнак 14?
28. На колико начина n особа могу да стану у врсту, а да при томе две одређене особе A и B не буду једна поред друге?
29. Да ли је међу петоцифреним бројевима више оних чији је производ цифара нула, или оних чији производ цифара није нула?
30. Колико има природних бројева код којих су све цифре различите?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Колико има петоцифрених бројева који се записују: а) само парним цифрама; б) само непарним цифрама; в) цифрама које су прости бројеви?
- 2) На великом тениском турниру учествује 2022 такмичара који играју по систему: победник једног тениског меча наставља такмичење, а побеђени испада из даљег такмичења. Колико треба одиграти мечева да би се добио победник турнира?
- 3) На шаховској табли треба распоредити 8 идентичних топова тако да се они међусобно не нападају. На колико различитих начина је могуће то учинити ако су сви топови: а) нумерисани; б) нумерисани бројевима од 1 до 8?



МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

7. РАЗРЕД

СЛАЂАНА РАЛОВИЋ: ПИТАГОРИНА ТЕОРЕМА И ПРИМЕНЕ

07. 07. 2022.

1. Полупречник кружнице је 13, а тетива 10. Колико је растојање тетиве од центра кружнице?
2. Ако је троугао ABC тупоугли, онда за странице a , b и c троугла (c је највећа страница) важи неједнакост $a^2 + b^2 < c^2$. Докажи.
3. Странице троугла су: а) 24, 10 и 26; б) 7, 8, 9. Да ли су дати троуглови оштроугли, правоугли или тупоугли?
4. Ако се над страницама правоуглог троугла са спољње стране конструишу једнакокрако- правоугли троуглови тако да су странице датог троугла хипотенузе конструисаних једнакокрако-правоуглих троуглова, у каквој релацији су површине конструисаних троуглова?
5. На висини CC' троугла ABC изабрана је произвољна тачка M . Докажи да је $AC^2 - BC^2 = AM^2 - BM^2$. Већа катета правоуглог троугла је за 10 мања од хипотенузе, а за 10 већа од мање катете. Колико таквих правоуглих троугла постоји?
6. Крак једнакокраког троугла је 6, а један његов угао 135° . Израчунај површину тог троугла.
7. Катета правоуглог троугла је 6, а тежишна линија која јој одговара је 5. Израчунај обим и површину тог троугла.
8. Дат је троугао ABC , тако да је $AB = 15$ cm, $\angle BAC = 60^\circ$ и $AC = 8$ cm. Израчунај висине датог троугла.
9. Израчунај обим троугла ако је једна страница 24 cm, а њој одговарајућа висина и тежишна дуж 8 cm и 10 cm.
10. Хипотенуза AB је три пута већа од катете BC . На катети AC уочена је тачка M , тако да је $AM : CM = 1 : 7$. Шта је веће: AC или BM ?
11. Странице троугла су 10, 17 и 21. Израчунај висину троугла која одговара највећој страници троугла. Колика је површина тог троугла?

12. Дат је троугао ABC. Странице које садрже тачку C имају дужине 25 и 30, а висина из истог темена је 24. Докажи да је дати троугао једнакокраки, израчунај све његове висине и површину троугла.
13. Ако је обим троугла $O = 2s$, а површина P , онда је дужина полупречника кружнице уписане у дати троугао $r = \frac{P}{s}$. Докажи.
14. Странице троугла су 12, 16 и 20. Колико пута је полупречник круга описаног око троугла већи од полупречника круга уписаног у троугао?
15. Кружница уписана у правоугли троугао ABC додирује хипотенузу AB у тачки M. Ако је $AM = m$ и $BM = n$, докажи да је површина тог троугла једнака mn . Одреди катете тог троугла, ако је $AM = 5$ и $BM = 12$.
16. Одреди све тупоугле троуглове чије мерни бројеви страница су три узастопна природна броја.
17. У правоугли троугао чије су катете 21 и 28 уписан је квадрат чије су две странице на катетама троугла, а четврто теме на хипотенузи троугла. Израчунај дужине одсечака на које четврто теме дели хипотенузу.
18. За које је вредности природног броја n , троугао чије странице имају дужину $n - 1$, n и $n + 1$, оштроугли?
19. Израчунај површину правоуглог троугла чија је хипотенуза 12cm, а један оштар угао је: 15° .
20. Ако је у правоуглом троуглу један угао једнак 15° онда је хипотенузина висина четири пута мања од хипотенузе. Докажи.
21. Унутрашњи углови троугла односе се као $2 : 3 : 7$. Дужина највеће странице троугла је 1m. Одреди дужине осталих страница троугла.
22. Дат је правоугли троугао ABC чије су катете: $AC = 5$ и $BC = 2\sqrt{5}$. На хипотенузи AB изабрана је тачка M, тако да је $CM = 5$. Одреди обим и површину троугла BCM.
23. Дат је троугао чије су странице 5, 12 и 13. Постоји ли у унутрашњој области тог троугла тачка M таква да су сва три нормална растојања тачке M од страница датог троугла мања од 2?

ДОМАЋИ ЗАДАТАК

- 1) Одреди висине троугла чије су странице 13, 14 и 15.
- 2) Израчунај површину правоуглог троугла чија је хипотенуза 12cm, а један оштар угао је $22^\circ 30'$.
- 3) Снажна олуја поломи стабло високо 16m и при том врх дрвета падне 8m далеко од подножја стабла. На којој висини се поломило стабло?



7. РАЗРЕД

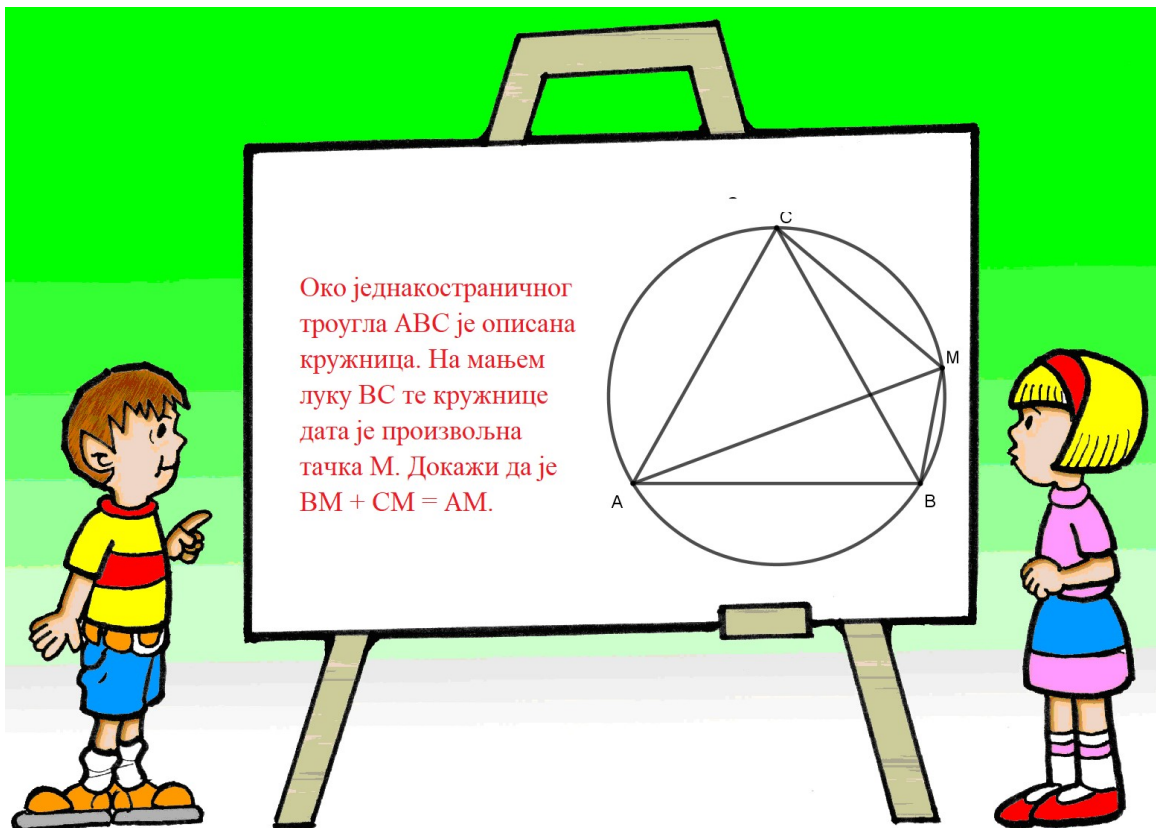
ИВАНА РАДУЛОВИЋ: ЦЕНТРАЛНИ И ПЕРИФЕРИЈСКИ УГАО КРУГА

08. 07. 2022.

1. Нека је АВ тетива кружнице k . Периферијски углови чија су темена са исте стране тетиве АВ су једнаки. Периферијски углови чија су темена са разних страна тетиве АВ су суплементни. Докажи.
2. Ако су тетиве АВ и CD круга k једнаке, онда су једнаки и периферијски углови на тим тетивама. Докажи. Да ли важи обрнуто тврђење, тј. ако су периферијски углови круга једнаки, да су тада једнаке и њима одговарајуће тетиве?
3. Нека је АВ лук кружнице, t тангента кружнице у тачки А и α угао између тетиве АВ и тангенте t који садржи лук АВ. Докажи да је угао α једнак периферијском углу круга надлуком АВ.
4. У оштроуглом троуглу ABC конструисане су висине AA', BB' и CC'. Докажи да је $\angle AVB' = \angle AA'C'$.
5. У унутрашњој области оштроуглог троугла ABC дата је тачка M, тако да је: $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle BAC = 70^\circ$, $\angle MAC = \angle MCA = 40^\circ$. Одреди $\angle AMB$ и $\angle MBC$.
6. Око једнакостраничног троугла ABC је описана кружница. На мањем луку BC те кружнице дата је произвољна тачка M. Докажи да је $BM + CM = AM$.
7. Око троугла ABC описан је круг чији је центар O. Одреди углове троугла, ако је $\angle ABC = 65^\circ$ и $\angle BOC = 114^\circ$.
8. Ближи се подне. Колико је тачно сати, ако сатна и минутна казаљка заклапају угао од 120° .
9. Израчунати периферијски угао над кружним луком који износи $1/12$ кружног лука
10. Израчунати угао између тангенте и тетиве, ако тетива дели круг 3:7.
11. У оштроуглом троуглу ABC конструисане су висине AA', BB' и CC'. Докажи да је $\angle AVB' = \angle AA'C'$.
12. Око једнакостраничног троугла ABC је описана кружница. На мањем луку BC те кружнице дата је произвољна тачка M. Докажи да је $BM + CM = AM$.

ДОМАЋИ ЗАДАТАК:

- 1) Нека је O центар, а AB једна тетива кружнице. У кружницу је уписан траpez $ABCD$ такав да је $AD = CD$ и $\angle ABC = 52^\circ$. Израчунај $\angle AOB$.
- 2) Две кружнице са центрима O_1 и O_2 имају заједничке тачке A и B . Права p која садржи тачку A сече дате кружнице у тачкама M и N . Докажи да је $\angle O_1MB = \angle O_2NB$.
- 3) У троуглу ABC је $AB = AC$ и $\angle BAC = 40^\circ$. У области $\angle ABC$, али изван троугла ABC , дата је тачка M тако да је $\angle AMB = 30^\circ$ и $\angle BMC = 20^\circ$. Ако се дужи AC и BM секу у тачки N , онда је троугао BNC једнакокрак. Докажи.





ДИОФАНТОВО
МАТЕМАТИЧКО
ТАКМИЧЕЊЕ



МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

ДИОФАНТОВО МАТЕМАТИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ

ЛЕПОСАВИЋ, 07. 07. 2022.

3. РАЗРЕД

1. Дешифруј сабирање $A + AB + ABC = 717$ (ако једнаким словима одговарају једнаке цифре, различитим словима различите цифре) и заокружи тачну вредност израза $A - B + C$:
а. А) 7; Б) 8; В) 9; Г) 10; Д) 11; Е)
 Не знам.
2. Одреди колико има троцифрених бројева који чији производ цифара је 6 и заокружи тачан одговор:
А) 6; Б) 7; В) 8; Г) 9; Д) 10; Е) Не знам.
3. Седам цигли и тег од 10 kg имају једнаку масу као 2 цигле и тег од 20 kg. Израчунај колику масу имају 3 цигле и заокружи тачан одговор:
А) 3 kg; Б) 6 kg; В) 9 kg; Г) 12 kg; Д) 15kg; Е) Не знам.
4. Странице троугла су 7 cm, 8 cm и 9 cm. Квадрат има обим једнак обиму троугла. Израчунај страницу квадрата и заокружи тачан одговор
А) 6; Б) 7; В) 8; Г) 9; Д) 10; Е) Не знам.
5. Жарко има 48 кликера и треба да их подели својим деуговима Марку, Пери и Сими. Марку је припала једна трећина кликера. Пери је припала једна четвртина преосталих кликера, а Сими једна шестина преосталих кликера. Колико кликера је после свих ових операција остало Жарку?

Израда задатака траје 120 минута.

Сваки од пет задатака се бодује са 20 бодова.

Решење петог задатка написати и кратко образложити са друге стране овог папира.

РЕШЕЊА

1. Како је $7 + 7B + 7BC$ веће од 777, а то значи веће и од 717, то је А мање од 7.
Како је $5 + 5B + 5BC$ највише $5 + 59 + 599 = 663$ мање од 717, то је А веће од 5.
Дакле $A = 6$, па имамо сабирање $6 + 6B + 6BC = 717$, па је $666 + B + BC = 713$ или
 $B + BC = 717 - 666 = 51$.
Следи да је $B = 4$ и $C = 7$, тј. да је тражено сабирање $6 + 64 + 647 = 717$.
Тада је $A - B + C = 6 - 4 + 7 = 9$ и тачан одговор је В).

2. Број $6 = 1 \cdot 1 \cdot 6 = 1 \cdot 2 \cdot 3$. Тражени бројеви су 116, 161, 611, 123, 132, 213, 231, 312, 321 и има их укупно 9. Тачан одговор је Г).

3. Из услова задатка је јасно да су терације у равнотежи ако је на једној страни терација 7 цигли и тег од 10 kg, а на другој страни терација 2 цигле и тег од 20 kg (2 тега од 10 kg).
Ако и са једне и са друге стране терација скинемо скинемо по 2 цигле и тег од 10 kg, на једној страни терација ће остати 5 цигли, а на на другој тег од 10 kg.
То значи да једна цигла има масу $10 \text{ kg} : 5 = 2 \text{ kg}$.
Три цигле имају масу $3 \cdot 2 \text{ kg} = 6 \text{ kg}$, па је тачан одговор Б).

4. Обим троугла је $7 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 9 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$.
Ако је страница квадрата x , онда је обим квадрата $4x = 24 \text{ cm}$, па је $x = 24 \text{ cm} : 4 = 6 \text{ cm}$.
Тачан одговор је А).

5. Марку је припало трећина кликера, тј. $48 : 3 = 16$ кликера, а остало је $48 - 16 = 32$ кликера.
Пери је припала једна четвртина остатка, тј. $32 : 4 = 8$ кликера, а остало је $32 - 8 = 24$ кликера.
Сими је припала једна шестина остатка, тј. $24 : 6 = 4$ кликера, а Жарку је остало $24 - 4 = 20$ кликера.

ФОНДАЦИЈА
АЛЕК
КАВЧИЋ





МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

ДИОФАНТОВО МАТЕМАТИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ

ЛЕПОСАВИЋ, 07. 07. 2022.

4. РАЗРЕД

1. Површина коцке је 294 cm^2 . Израчунај запремину коцке и заокружи тачну вредност запремине.
А) 125 cm^3 ; Б) 216 cm^3 ; В) 343 cm^3 ; Г) 512 cm^3 ; Д) 729 cm^3 ; Е) Не знам.
2. Одреди колико има троцифрених бројева код којих је цифра јединица већа од 3, цифра десетица непаран број, а цифра стотина паран број и заокружи тачан одговор:
А) 100; Б) 110; В) 116; Г) 120; Д) 128; Е) Не знам.
3. Ако се страница квадрата повећа 2 cm, онда се површина квадрата увећа за 32 cm^2 . Израчунај збир обима првог и другог квадрата и заокружи тачан одговор:
А) 54 cm; Б) 60 cm; В) 64 cm; Г) 70 cm; Д) 78 cm; Е) Не знам.
4. Група од 110 туриста има на располагању 15 комби возила од којих неки имају 6, а неки 8 седишта. Израчунај колико има комби возила са 8 седишта и заокружи тачан одговор
А) 6; Б) 7; В) 8; Г) 9; Д) 10; Е) Не знам.
5. За нумерацију парних страна једне књиге употребљено је 217 цифара. Израчунај колико парних страница има та књига.

Израда задатака траје 120 минута.

Сваки од пет задатака се бодује са 20 бодова.

Решење петог задатка написати и кратко образложити са друге стране овог папира.

РЕШЕЊА

1. Нека је ивица коцке x .

Како је површина коцке $6 \cdot x \cdot x = 294 \text{ cm}^2$, то је $x \cdot x = 294 \text{ cm}^2 : 6 = 49 \text{ cm}^2$.

Тада је $x = 7 \text{ cm}$, а запремина коцке је $7 \cdot 7 \cdot 7 = 49 \cdot 7 = 343 \text{ cm}^3$.

Тачан одговор је В).

2. Цифра јединица може бити 4, 5, 6, 7, 8 или 9 и има 6 могућих вредности.

Цифра десетица је непаран број и има 5 могућих вредности (1, 3, 5, 7, 9).

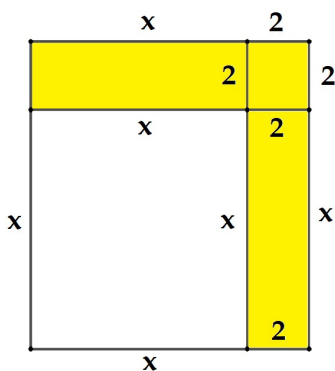
Цифра стотина је паран број и има 4 могуће вредности (2, 4, 6, 8), јер се нула искључује,

Према томе таквих троцифрених бројева има $6 \cdot 5 \cdot 4 = 30 \cdot 4 = 120$ и тачан одговор је Г).

3. Нека је страница квадрата једнака x .

Ако се страница квадрата повећа за 2 см (види слику), онда се његова површина повећа за

$2 \cdot x + 2 \cdot 2 + 2 \cdot x = 32 \text{ cm}^2$.



Тада је $4 \cdot x = 32 \text{ cm}^2 - 4 \text{ cm}^2 = 28 \text{ cm}^2$, па је $x = 28 : 4 = 7 \text{ cm}$.

Страница мањег квадрата је 7 см, а већег $7 + 2 = 9 \text{ cm}$.

Збир обима првог и другог квадрата је $4 \cdot 7 + 4 \cdot 9 = 28 + 36 = 64 \text{ cm}$.

Тачан одговор је В).

4. Када би се сви туристи возили комбијима са 6 седишта, онда би се превзло само $6 \cdot 15 = 90$ туриста.

Као је број туриста 110, то значи да за још $120 - 90 = 20$ туриста треба обезбедити превоз.

Како је $8 - 6 = 2$, за то нам треба $20 : 2 = 10$ комбија са 8 места.

Дакле, употребљено је 10 комбија са 8 и 5 комбија са 6 места, па је тачан одговор Д).

5. За нумерацију једноцифрених парних страна употребе се 4 цифре, а за нумерацију двоцифрених парних страница још $45 \cdot 2 = 90$ цифара, што значи да је $4 + 90 = 94$ цифре употребљено за нумерацију једноцифрених и двоцифрених парних страница.

Преосталих $217 - 94 = 123$ цифре употребљено је за нумерацију парних троцифрених страна којих је било $123 : 3 = 41$.

Укупан број парних страна у тој књизи је $4 + 45 + 41 = 49 + 41 = 90$.



МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

ДИОФАНТОВО МАТЕМАТИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ

ЛЕПОСАВИЋ, 07. 07. 2022.

5. РАЗРЕД

1. Једна цев напуни базен за 4 сата, а друга цев за 6 сати. Трећа цев испразни базен за 12 сати. Израчунај за које време ће базен бити напуњен ако раде све три цеви и заокружи тачан одговор.
А) 3 сата; Б) 4 сата; В) 5 сати; Г) 6 сати; Д) 7 сати; Е) Не знам.
2. Одреди најмањи четвороцифрени број који је дељив са 2, 3, 4, 5 и 6 и заокружи тачан одговор:
А) 1008; Б) 1020; В) 1050; Г) 1080; Д) 1200; Е) Не знам.
3. У раду Летње школе младих математичара Лепосавић 2022. учествује 64 ученика. Сваки од ученика се учествује на турниру из стоног тениса или шаха, при чему је на турниру у шаху учествовало 40, а на турниру у стоном тенису 36 ученика. Израчунај колико ученика је учествовало у оба такмичења и заокружи тачан одговор.
А) 8; Б) 10; В) 12; Г) 14; Д) 16; Е) Не знам.
4. Верица поједе 300 g компота за 6 минута, а Љиља исту масу компота „савлада“ два пута брже. Израчунај за које време ће Верица и Љиља заједно појести 300 g компота и заокружи тачан одговор
А) 2 минута; Б) 3 минута; В) 4 минута; Г) 5 минута; Д) 9 минута; Е) Не знам.
5. Угао $\alpha = 2022^\circ$. Израчунај угао који је комплементаран углу α .

Израда задатака траје 120 минута.

Сваки од пет задатака се бодује са 20 бодова.

Решење петог задатка написати и кратко образложити са друге стране овог папира.

РЕШЕЊА

1. Прва цев за 1 сат напуни $\frac{1}{2}$ базена, а друга $\frac{1}{6}$ базена, док трећа испразни $\frac{1}{12}$ базена.

То значи да се за један сат напуни $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{3 + 2 - 1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ базена.

Дакле цео базен ће се напунити за 3 сата, а тачан одговор је А).

2. Ако је број дељив са 2, 3, 4, 5 и 6, онда је он дељив са 60. Највећи троцифрен број који је дељив са 60 је 960, а најмањи четвороцифрени број је $960 + 60 = 1020$.

Тачан одговор је Б).

3. Нека је x ученика учествовало у оба такмичења.

Тада је $40 - x$ играло само шах, $36 - x$ играло само стони тенис и x ученика играло оба спорта.

Следи да је $40 - x + 36 - x + x = 64$, па је $76 - x = 64$ и $x = 76 - 64 = 12$.

Тачан одговор је В).

4. Верица за један минут поједе $300 \text{ g} : 6 = 50 \text{ g}$ компота, а Љиља исту масу компота „савлада“ два пута брже, дакле за 3 минута, што значи да за 1 минут поједе $300 : 3 = 100 \text{ g}$ компота.

Дакле, Верица и Љиља за 1 минут поједу заједно $50 + 100 = 150 \text{ g}$ компота, па ће 300 g компота појести за 2 минута.

Тачан одговор је А).

5. Угао $\alpha = 2022' = 33^\circ 42'$.

Њему комплементаран угао $\beta = 90^\circ - 33^\circ 42' = 89^\circ 60' - 33^\circ 42' = 56^\circ 12'$.





МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

ДИОФАНТОВО МАТЕМАТИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ

ЛЕПОСАВИЋ, 07. 07. 2022.

6. РАЗРЕД

1. Израчунај збир $(-2022) + (-2021) + \dots + 2022 + 2023 + 2024$ и заокружи тачан одговор
А) - 4023; Б) - 2021; В) 0; Г) 4045; Д) 4047; Е) Не знам.
2. Једнакократи троуглови ABC и MNP су подударни, при чему је $\angle ABC = \angle ACB = 56^\circ$ и $MN = NP$. Одреди $\angle MNP$ и заокружи тачан одговор:
А) 56° ; Б) 62° ; В) 68° ; Г) 78° ; Д) 112° ; Е) Не знам.
3. Девет молера окречи једну школу за 8 дана. Израчунај за колико дана ће исту школу окречити 12 молера и заокружи тачан одговор.
А) 4; Б) 6; В) 9; Г) 12; Д) 72; Е) Не знам.
4. Површина троугла ABC је 80 cm^2 . На страници AB дата је тачка M , заква да је $AM : MB = 3 : 2$. Израчунај површину троугла AMC и заокружи тачан одговор
А) 16 cm^2 ; Б) 24 cm^2 ; В) 36 cm^2 ; Г) 48 cm^2 ; Д) 60 cm^2 ; Е) Не знам.
5. Производ два броја од којих ниједан у свом запису не садржи цифу нула је 100000. Израчунај збир та два броја.

Израда задатака траје 120 минута.

Сваки од пет задатака се бодује са 20 бодова.

Решење петог задатка написати и кратко образложити са друге стране овог папира.

РЕШЕЊА

1. Како је збир броја и њему супротног броја једнак 0, то је тражени збир једнак

$$2023 + 2024 = 4047.$$

Тачан одговор је Д),

2. Углови на основицама оба једнакокрака троугла су 56° , што значи да су углови наспрам основица, тј. у врху троуглова једнаки $180^\circ - 56^\circ - 56^\circ = 68^\circ$. Како је $MN = NP$, то је $\angle MNP$ угао при врху и једнак је 68° .

Тачан одговор је В).

3. Како 9 молера окречи једну школу за 8 дана, то су за кречење школе реализоване 72 дневнице.

Ако би било 12 молера, онда би број дана био $72 : 12 = 6$.

Тачан одговор је Б).

4. Како троуглови АСМ и ВСМ имају једнаке висине (на пример СС') то се и њихове површине

односе као 3 : 2, па је површина троугла АМС једнака $(80 : 5) \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48 \text{ cm}^2$, а површина троугла ВСМ једнака $(80 : 5) \cdot 2 = 16 \cdot 2 = 32 \text{ cm}^2$.

Тачан одговор је Г).

5. Нула се добија као производ неког парног броја и цифре 5.

Како је $100000 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$ и како ниједан од тражених бројева не садржи 0, то је један број садржи само производ двојки, а други само производ петица.

Дакле, један је једнак $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$, а други је једнак $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 25 \cdot 5 = 3125$.

Збир тих бројева је $32 + 3125 = 3157$.





МАТЕМАТИЧКИ КЛУБ „ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ЛЕТЊА ШКОЛА МЛАДИХ МАТЕМАТИЧАРА КОСОВА И МЕТОХИЈЕ
ЛЕПОСАВИЋ 3. – 8. ЈУЛ 2022.

ДИОФАНТОВО МАТЕМАТИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ

ЛЕПОСАВИЋ, 07. 07. 2022.

7. РАЗРЕД

1. На једном делу дечијег игралишта постављена је кружна подлога чији је полупречник 4 m. Израчунај површину кружне подлоге и заокружи тачан одговор
А) 4 m^2 ; Б) $4\pi \text{ m}^2$; В) 8 m^2 ; Г) $8\pi \text{ m}^2$; Д) $16 \pi \text{ m}^2$; Е) Не знам.
2. Израчунај колико има петодигрених бројева чија је прва цифра паран број, друга цифра непаран број, трећа цифра дељива са 3, четврта цифра прост број, а пета цифра сложен број и заокружи тачан одговор
А) 960; Б) 1200; В) 1280; Г) 1440; Д) 1600; Е) Не знам.
3. У правоуглом троуглу једна катета је 7 cm, а хипотенута је за 1 cm већа од друге катете. Израчунај површину тог троугла и заокружи тачан одговор.
А) 84 cm^2 ; Б) 96 cm^2 ; В) 120 cm^2 ; Г) 144 cm^2 ; Д) 175 cm^2 ; Е) Не знам.
4. Разлика два броја је 16, а разлика њихових квадрата је 320. Израчунај збир та два броја и заокружи тачан одговор
А) 18; Б) 20; В) 24; Г) 28; Д) 32; Е) Не знам.
5. Одреди сва целобројна решења једначине $xу + 3x - 7у = 24$.

Израда задатака траје 120 минута.

Сваки од пет задатака се бодује са 20 бодова.

Решење петог задатка написати и кратко образложити са друге стране овог папира.

РЕШЕЊА

1. Ако је полупречник кружне подлоге 4 m, онда је површина кружне подлоге једнака

$$\pi \cdot (4 \text{ cm})^2 = \pi \cdot 16 \text{ cm}^2 = 16\pi \text{ m}^2.$$

Тачан одговор је Д).

2. За прву цифру има 4 могућности (2, 4, 6, 8, јер нула не може бити);

за другу цифру има 5 могућности (1, 3, 5, 7, 9);

за трећу цифру има 4 могућности (0, 3, 6, 9), јер је и 0 дељива са 3;

за четврту цифру има 4 могућности (2, 3, 5, 7) и

за пету цифру има 4 могућности (4, 6, 8, 9).

Таквих петоцифрених бројева има $4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 20 \cdot 64 = 1280$.

Тачан одговор је В).

3. Ако непозната катета има дужину x , онда хипотенуза има дужину $x + 1$.

Из Питагорине теореме је $72 + x^2 = (x + 1)^2$, тј. $49 + x^2 = x^2 + 2x + 1$.

Следи да је $49 = 2x + 1$, па је $2x = 48$ и $x = 24$.

Површина троугла је $P = 7 \cdot 24 : 2 = 7 \cdot 12 = 84$.

Тачан одговор је А).

4. Нека су тражени бројеви x и y .

Тада је, из услова задатка $x - y = 16$ и $x^2 - y^2 = 320$.

Како је $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$, то је $16(x + y) = 320$, па је $x + y = 320 : 16 = 20$.

Тачан одговор је Б)

5. Из једнакости $xу + 3x - 7y = 24$ следи једнакост $xу + 3x - 7y - 21 = 3$.

Тада је $x(y + 3) - 7(y + 3) = 3$, па је $(y + 3)(x - 7) = 3$.

Разликују се четири случаја:

1) $y + 3 = 1$, $x - 7 = 3$, тј. $x = 10$ и $y = -2$;

2) $y + 3 = 3$, $x - 7 = 1$, тј. $x = 8$ и $y = 0$;

3) $y + 3 = -1$, $x - 7 = -3$, тј. $x = 4$ и $y = -4$ и

4) $y + 3 = -3$, $x - 7 = -1$, тј. $x = 6$ и $y = -6$.

Решења дате једначине су уређени парови: $(10, -2)$, $(8, 0)$, $(4, -4)$, $(6, -6)$.



РЕЗУЛТАТИ ДИОФАНТОВОГ МАТЕМАТИЧКОГ ТАКМИЧЕЊА

3. РАЗРЕД

| | | | | |
|----|----------------|----------------------------|-----|-----------------|
| 1. | Џон Стефановић | ОШ "Стана Бачанин" , Лешак | 100 | златна медаља |
| 2. | Маша Јокић | ОШ "Вук Караџић" , Звечан | 100 | сребрна медаља |
| 3. | Теодор Секулић | ОШ "Лепосавић" , Лепосавић | 100 | бронзана медаља |

4. РАЗРЕД

| | | | | |
|----|-------------------|-------------------------------|-----|-----------------|
| 4. | Стефан Максимовић | ОШ "Краљ Милутин" , Грачаница | 100 | златна медаља |
| 5. | Илија Георгијевић | ОШ "Лепосавић" , Лепосавић | 85 | сребрна медаља |
| 6. | Давид Јеринић | ОШ "Марко Рајковић" , Врбовац | 65 | бронзана медаља |

5. РАЗРЕД

| | | | | |
|----|--------------------|-------------------------------|-----|-----------------|
| 7. | Андреј Михајловић | ОШ "Краљ Милутин" , Грачаница | 100 | златна медаља |
| 8. | Николина Јовановић | ОШ "Лепосавић" , Лепосавић | 100 | сребрна медаља |
| 9. | Лена Ивановић | ОШ "Лепосавић" , Лепосавић | 100 | бронзана медаља |

6. РАЗРЕД

| | | | | |
|-----|-----------------------|--------------------------------------|-----|-----------------|
| 10. | Александар Максимовић | ОШ "Краљ Милутин" , Грачаница | 100 | златна медаља |
| 11. | Анђела Чанаћевић | ОШ "Стаја Марковић" , Штрпце | 66 | сребрна медаља |
| 12. | Јанко Радосављевић | ОШ "Лепосавић" , Лепосавић | 60 | бронзана медаља |
| 13. | Милан Костић | ОШ "Бранко Радичевић" , К. Митровица | 60 | бронзана медаља |
| 14. | Маја Јовановић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Г. Кусце | 60 | бронзана медаља |
| 15. | Ана Благојевић | ОШ "Вук Караџић" , Сочаница | 60 | бронзана медаља |
| 16. | Јован Јакшић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток | 60 | бронзана медаља |
| 17. | Огњен Поповић | ОШ "Лепосавић" , Лепосавић | 60 | бронзана медаља |
| 18. | Андреа Арсенијевић | ОШ "Лепосавић" , Лепосавић | 60 | бронзана медаља |

7. РАЗРЕД

| | | | | |
|-----|---------------|--------------------------------------|----|-----------------|
| 19. | Хелена Васић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Г. Кусце | 80 | сребрна медаља |
| 20. | Павле Поповић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток | 80 | сребрна медаља |
| 21. | Немања Андрић | ОШ "Лепосавић" , Лепосавић | 65 | бронзана медаља |

РЕЗУЛТАТИ ТАКМИЧЕЊА У РЕШАВАЊУ ДОМАЋИХ ЗАДАТАКА

3. РАЗРЕД

| | | | | |
|----|-----------------|--------------------------------------|-----|-----------------|
| 1. | Теодора Јелић | ОШ "Бранко Радичевић" , К. Митровица | 235 | златна медаља |
| 2. | Маша Јокић | ОШ "Вук Караџић" , Звечан | 230 | сребрна медаља |
| 3. | Вукан Јовановић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић | 225 | бронзана медаља |

4. РАЗРЕД

| | | | | |
|----|-------------------|-------------------------------|-----|-----------------|
| 1. | Андрија Касаловић | ОШ "Благоје Радић" , Зупче | 201 | златна медаља |
| 2. | Стефан Максимовић | ОШ "Краљ Милутин" , Грачаница | 192 | сребрна медаља |
| 3. | Николина Јоковић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић | 190 | бронзана медаља |

5. РАЗРЕД

| | | | | |
|----|--------------------|-------------------------------|-----|-----------------|
| 1. | Андреј Михајловић | ОШ "Краљ Милутин" , Грачаница | 158 | златна медаља |
| 2. | Андрија Петровић | ОШ "Милан Ракић" , Бабин Мост | 141 | сребрна медаља |
| 3. | Николина Јовановић | ОШ "Лепосавић", Лепосавић | 134 | бронзана медаља |

6. РАЗРЕД

| | | | | |
|----|----------------|--------------------------------------|-----|-----------------|
| 1. | Маја Јовановић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Г. Кусце | 153 | златна медаља |
| 2. | Милан Костић | ОШ "Бранко Радичевић" , К. Митровица | 153 | златна медаља |
| 3. | Вук Миленковић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Г. Кусце | 143 | сребрна медаља |
| 4. | Јован Јакшић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток | 125 | бронзана медаља |

7. РАЗРЕД

| | | | | |
|----|------------------|--------------------------------------|-----|-----------------|
| 1. | Хелена Васић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Г. Кусце | 159 | златна медаља |
| 2. | Андрија Краговић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток | 139 | сребрна медаља |
| 3. | Павле Поповић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток | 139 | сребрна медаља |
| 4. | Јана Батачанин | ОШ "Лепосавић", Лепосавић | 121 | бронзана медаља |

РЕЗУЛТАТИ ОСТАЛИХ ТУРНИРА И ТАКМИЧЕЊА

ШАХОВСКИ ТУРНИР

| | | | |
|----|---------------|--------------------------------------|-----------------|
| 1. | Милан Костић | ОШ "Бранко Радичевић" , К. Митровица | златна медаља |
| 2. | Теодора Јелић | ОШ "Бранко Радичевић" , К. Митровица | себрна медаља |
| 3. | Павле Поповић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток | бронзана медаља |

СУДОКУ ТУРНИР

| | | | |
|----|-----------------------|--------------------------------------|-----------------|
| 1. | Хелена Васић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Г. Кусце | златна медаља |
| 2. | Анђела Чанаћевић | ОШ "Стаја Марковић" , Штрпце | себрна медаља |
| 3. | Александар Максимовић | ОШ "Краљ Милутин" , Грачаница | бронзана медаља |

МИЦА ТАКМИЧЕЊЕ

| | | | |
|----|-----------------------|---------------------------------|-----------------|
| 1. | Александар Максимовић | ОШ "Краљ Милутин" , Грачаница | златна медаља |
| 2. | Јован Јакшић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток | себрна медаља |
| 3. | Стефан Максимовић | ОШ "Краљ Милутин" , Грачаница | бронзана медаља |

ТАКМИЧЕЊЕ У СТОНОМ ТЕНИСУ

| | | | |
|----|------------------|-------------------------------------|-----------------|
| 1. | Андрија Петровић | ОШ "Милан Ракић" , Бабин Мост | златна медаља |
| 2. | Андрија Краговић | ОШ "Јован Цвијић" , Зубин Поток | себрна медаља |
| 3. | Лазар Фремић | ОШ "Вук Караџић" , Гњилане – Шиљово | бронзана медаља |

ПОБЕДНИЧКА ЕКИПА У МАТЕМАТИЧКОМ КВИЗУ

| | | | |
|----|--------------------|--------------------------------------|-----------|
| 1. | Калина Јанићијевић | ОШ „Вељко Дугошевић“, Ранилуг | 3. разред |
| 2. | Давид Јеринић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Г. Кусце | 4. разред |
| 3. | Лазар Фрелић | ОШ "Вук Караџић" , Гњилане – Шиљово | 5. разред |
| 4. | Маја Јовановић | ОШ "Петар Петровић Његош" , Г. Кусце | 6. разред |
| 5. | Павле Поповић | ОШ "Вук Караџић" , Гњилане – Шиљово | 7. разред |