



ДИОФАНТ

ЕЛЕКТРОНСКИ ЧАСОПИС ЗА ДОДАТНУ НАСТАВУ МАТЕМАТИКЕ



ГОДИНА I - БРОЈ 11
ВАЉЕВО – НОВЕМБАР 2021

ДИОФАНТ

Електронски часопис за
додатну наставу математике

Година 1.

Број 11

Ваљево, децембар 2021.

Уредник часописа:

др Војислав Андрић (voja.andric@gmail.com)

Издавач:

Математички клуб „Диофант“

Ваљево, Поп Лукина 38

Телефон 065 291 22 00

Е – mail: diofant2020@gmail.com

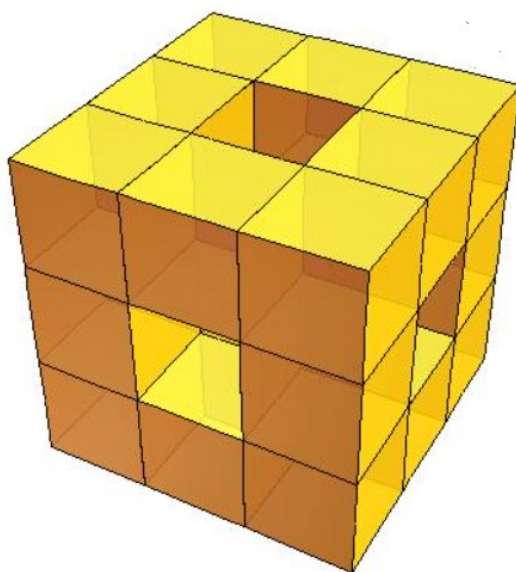
Све прилоге, предлоге и примедбе слати путем електронских адреса:
diofant2020@gmail.com и voja.andric@gmail.com

Часопис је бесплатан

Излази повремено и по потреби

САДРЖАЈ

• Пробно школско такмичење – 3. разред	4
• Пробно школско такмичење – 4. разред	5
• Пробно школско такмичење – 5. разред	6
• Пробно школско такмичење – 6. разред	7
• Пробно школско такмичење – 7. разред	8
• Пробно школско такмичење – 8. разред	9
• Решења – 3. разред	10
• Решења – 4. разред	12
• Решења – 5. разред	14
• Решења – 6. разред	16
• Решења – 7. разред	18
• Решења – 8. разред	20





ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ „ДИОФАНТ“

ПРОБНО ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 28.11.2021.

3. РАЗРЕД

1. Шта је веће: Разлика највећег парног и најмањег непарног троцифреног броја или збир најмањег и највећег броја пете стотине?
2. Израчунај и римским цифрама запиши вредност израза:
а) $XLV + XXIX$
б) $XCIV - LXXXVIII$.
3. Дат је низ природних бројева: 100, 93, 86, 79, 72, 65 ...
а) Напиши правило по коме се ређају чланови тог низа.
б) Одреди три најмања члана тог низа?
4. Дата је једнакост: $9 : _ + 8 \cdot _ = 49$.
На празне цртице упиши одговарајуће бројеве тако да се добије тачна једнакост. Колико различитих решења има?
5. Милка и Смиљка заједно имају 76 салвета. Када Милка поклони Смиљки 12 салвета, онда ће имати једнак број салвета. Колико салвета на почетку је имала Милка, а колико Смиљка?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 120 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.

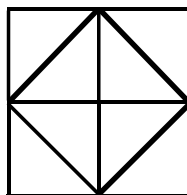


ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ „ДИОФАНТ“

ПРОБНО ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 28.11.2021.

4. РАЗРЕД

1. Шта је веће: Збир најмањег непарног и највећег парног троцифреног броја или разлика највећег и најмањег четвороцифреног броја седме хиљаде?
2. Правоугаоник и квадрат имају једнаке обиме. Странице правоугаоника имају дужине 12 *см* и 18 *см*. Израчунај дужину странице квадрата.
3. Да ли је више троцифрених бројева чији је збир цифара 3, или четвороцифрених бројева чији је производ цифара 4?
4. Дата је слика:



- а) Колико различитих дужи је могуће уочити на датој слици?
 - б) Колико различитих троуглова је могуће уочити на датој слици?
 - в) Колико различитих квадрата је могуће уочити на датој слици?
5. Текуће 2021. године Анка има 7 година, а њена мајка Бранка 26 година. Које године ће Бранка бити два пута старија од Анке?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 120 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ „ДИОФАНТ“

ПРОБНО ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ

28.11.2021.

5. РАЗРЕД

1. Дужине ивица квадра су три узастопна природна броја. Колика је површина квадра, ако је његова запремина 1320 cm^3 ?
2. Број x је најмањи паран троцифрен број који је једнак збиру два проста броја. Број y је најмањи непаран троцифрен број који је једнак збиру два проста броја. Одреди $x + y$.
3. Дрвена коцка ивице 4 cm је обојена плавом бојом и потом је исечена на мале коцкице чија је запремина 1 cm^3 .
 - а) Колико има малих коцкица?
 - б) Колико има малих коцкица чије су три стране обојене у плаво?
 - в) Колико има малих коцкица чије су две стране обојене у плаво?
 - г) Колико има малих коцкица чије је једна страна обојена у плаво?
 - д) Колико има малих коцкица чије су све стране необојене?
4. Цећарка Цвета располаже са 48 каранфила, 60 ружа и 72 нарциса. Колико највише једнаких букета може да направи Цвета, тако да у сваком букету буде бар по један каранфила, ружа и нарцис? Колико цветова има у сваком таквом букету?
5. Дешифруј множење: $* 2 * \cdot 3 6 = * 4 2 *$

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 120 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.

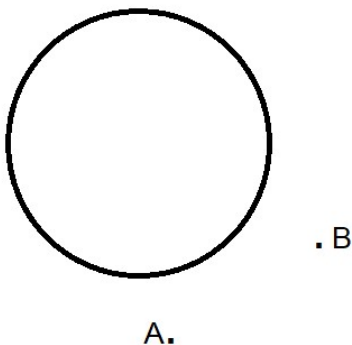


ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“

ПРОБНО ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ
28.11.2021.

6. РАЗРЕД

1. Компјутер је коштао 32000 динара, а онда је поскупео 17%. Колика је нова цена компјутера?
2. Производ 3 различита цела броја је 6. Колики је њихов збир? Одреди сва могућа решења.
3. Одреди производ свих разломака који су већи од 0,8 и мањи од 1, а бројилац и именилац сваког од њих су узастопни природни бројеви мањи од 11.
4. На колико начина се број 15 може приказати као збир неколико узастопних целих бројева?
5. Дата је кружница k и тачке A и B које не припадају кружници k (види слику). Одреди све тачке на кружници које су једнако удаљене од тачака A и B .



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 120 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“

ПРОБНО ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ
28.11.2021.

7. РАЗРЕД

1. Израчунај вредност израза $\sqrt{5,44444\dots} + 6,66666\dots$
2. Дат је квадрат ABCD чија страница има дужину 15 cm. Тачке M, N, P, Q припадају редом страницама AB, BC, CD и DA и деле странице квадрата у односу 2 : 3. Докажи да је четвороугао MNPQ такође квадрат и израчунај његову површину.
3. Шта је веће $3 + \sqrt{14}$ или $2 + \sqrt{19}$?
4. У правоуглом троуглу један угао је 15° , а његова хипотенуза има дужину 12 cm. Колика је површина тог правоуглог троугла?
5. Колико има природних бројева већих од 1234 и мањих од 7654 који имају тачно три делиоца.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 120 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ „ДИОФАНТ“

ПРОБНО ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ 28.11.2021.

8. РАЗРЕД

1. У картонски круг полупречника 12 уписан је правилни шестоугао. Колико процената картона отпадне када се исече тај правилни шестоугао?
2. Постоји ли конвексан многоугао чија су четири унутрашња угла једнаки 77° , 80° , 83° и 86° ?
3. Катете правоуглог троугла T су 20 и 21. Површина њему сличног троугла T_1 је 1890. Колика је хипотенуза троугла T_1 ?
4. Дат је правоугли троугао ABC , у коме је тачка M подножје хипотенузине висине CM , Полупречници кругова уписаних у троуглове AMC и BMC имају дужине 3, односно 4. Одреди дужину полупречника круга уписаног у троугао ABC .
5. Дата је кружница k и тачка M ван кружнице. Сечица s сече кружницу у тачкама A и B , а тангента t је додирује у тачки C . Израчунај дужину дужи MC , ако је $MA = 4$ cm и $AB = 5$ cm.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 120 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА

3. РАЗРЕД

1. Шта је веће: Разлика највећег парног и најмањег непарног троцифреног броја или збир најмањег и највећег броја пете стотине?

Највећи паран троцифрен број је 998, а најмањи непаран троцифрен број је 101. Њихова разлика је $998 - 101 = 897$.

Најмањи број пете стотине је 401, а највећи 500. Њихов збир је 901.

Закључујемо да је $901 > 897$, тј. да је већи збир најмањег и највећег броја пете стотине.

2. Израчунај и римским цифрама запиши вредност израза:

а) $XLV + XXIX$

б) $XCIV - LXXXVIII$.

а) $XLV + XXIX = 45 + 29 = 74 = LXXIV$;

б) $XCIV - LXXXVIII = 94 - 88 = 6 = VI$.

3. Дат је низ природних бројева: 100, 93, 86, 79, 72, 65 ...

а) Напиши правило по коме се ређају чланови тог низа.

б) Одреди три најмања члана тог низа?

а) Сваки следећи члан низа за 7 је мањи од претходног.

б) Дати низ гласи: 100, 93, 86, 79, 72, 65, 58, 51, 44, 37, 30, 23, 16, 9, 2.

Три најмања члана низа су 2, 9 и 16.

4. Дата је једнакост: $9 : _ + 8 \cdot _ = 49$.

На празне цртице упиши одговарајуће бројеве тако да се добије тачна једнакост. Колико различитих решења има?

Задатак има два решења:

$$9 : 1 + 8 \cdot 5 = 9 + 40 = 49;$$

$$9 : 9 + 8 \cdot 6 = 1 + 48 = 49..$$

5. Милка и Смиљка заједно имају 76 салвета. Када Милка поклони Смиљки 12 салвета, онда ће имати једнак број салвета. Колико салвета на почетку је имала Милка, а колико Смиљка?

Милка је имала $12 + 12 = 24$ салвета више од Смиљке.

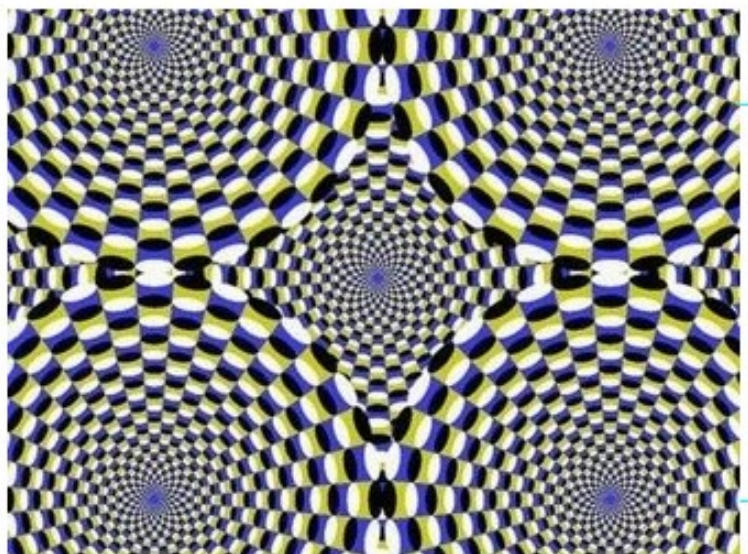
Када Милка од 76 салвета узме своја 24, остаје $76 - 24 = 52$ салвета које треба да поделе на једнаке делове.

Како је $52 : 2 = 26$, то је Смиљка имала 26 салвета, а Милка $26 + 24 = 50$ салвета.

Провера:

Укупан број салвета је $26 + 50 = 76$.

Када Милка поклони Смиљки 12 салвета она ће имати $50 - 12 = 38$, а Смиљка ће имати $26 + 12 = 38$. Дакле једнако салвета.



РЕШЕЊА

4. РАЗРЕД

1. Шта је веће: Збир најмањег непарног и највећег парног троцифреног броја или разлика највећег и најмањег четвороцифреног броја седме хиљаде?

Збир најмањег непарног и највећег парног троцифреног броја је $101 + 998 = 1099$. Разлика највећег и најмањег четвороцифреног броја седме хиљаде је $7000 - 6001 = 999$. Већи број је 1099, а мањи број је 999.

2. Правоугаоник и квадрат имају једнаке обиме. Странице правоугаоника имају дужине 12 *см* и 18 *см*. Израчунај дужину странице квадрата.

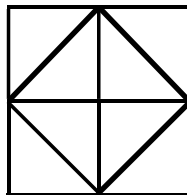
Обим правоугаоника је $2 \cdot (18 + 12) = 2 \cdot 30 = 60$ *см*.

Обим квадрата је $4 \cdot a = 60$ *см*, па је $a = 60 : 4 = 15$ *см*.

3. Да ли је више троцифрених бројева чији је збир цифара 3, или четвороцифрених бројева чији је производ цифара 4?

Троцифрених бројева чији је збир цифара 3 има 6 (102, 111, 120, 201, 210, 300). Четвороцифрених бројева чији је производ цифара 4 има 10 (1114, 1141, 1411, 4111, 1122, 1212, 1221, 2112, 2121, 2211). Значи да има више четвороцифрених бројева чији је производ цифара 4.

4. Дата је слика:



- а) Колико различитих дужи је могуће уочити на датој слици?
б) Колико различитих троуглова је могуће уочити на датој слици?
в) Колико различитих квадрата је могуће уочити на датој слици?

Дужи има $(5 \cdot 4 + 4 \cdot 6) : 2 = (20 + 24) : 2 = 44 : 2 = 22$.

Троуглова има: $8 + 4 = 12$.

Квадрта има: $4 + 1 + 1 = 6$.

5. Текуће 2021. године Анка има 7 година, а њена мајка Бранка 26 година.
Које године ће Бранка бити два пута старија од Анке?

Решење 1:

Када Анка буде имала a година, њена мајка Бранка ће имати $2a$ година.

Како је Бранка за 19 година старија од Анке, то ће $2a - a$ бити једнако 19.

Дакле, $2a - a = a = 19$, Тада ће Анка имати 19, а Бранка 38 година.

То ће се десити за $19 - 7 = 38 - 26 = 12$ година, тј. $2021 + 12 = 2033$. године.

Решење 2:

Број Анкиних и Бранкиних година 2021. године представимо дужима:

Анка о 7 о

Бранка о 26 о

За x година ситуација ће бити следећа:

Анка о 7 о x о

Бранка о 26 о x о

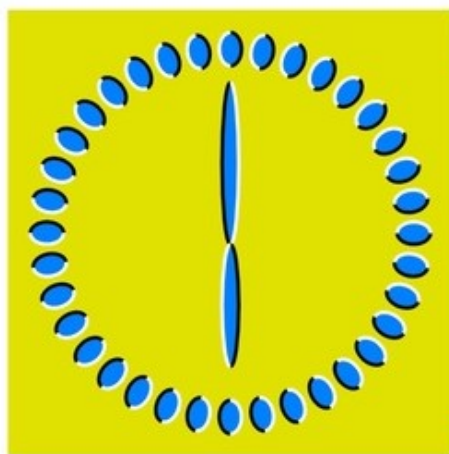
Како ће тада Бранка имати два пута више година од Анке, то је

о 7 о x о 7 о x о

о 26 о x о

Из једнакости дужи је $7 + x + 7 = 26$, па је $x + 14 = 26$, тј. $x = 12$ година.

Како је $2021 + 12 = 2033$, Бранка ће бити два пута старија од Анке 2033. године.



РЕШЕЊА

5. РАЗРЕД

1. Дужине ивица квадра су три узастопна природна броја. Колика је површина квадра, ако је његова запремина 1320 cm^3 ?

Запремина квадра једнака је производу дужина три ивице квадра.

Како је $1320 = 10 \cdot 132 = 10 \cdot 4 \cdot 33 = 10 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 11 = 10 \cdot 12 \cdot 11$, то су дужине ивица квадра узастопни природни бројеви 10 cm, 11 cm и 12 cm.

Површина квадра је $2(10 \cdot 11 + 11 \cdot 12 + 12 \cdot 10) = 2 \cdot (110 + 132 + 120) = 2 \cdot 362 = 724 \text{ cm}^2$.

2. Број x је најмањи паран троцифрен број који је једнак збиру два проста броја. Број y је најмањи непаран троцифрен број који је једнак збиру два проста броја. Одреди $x + y$.

Како је $97 + 3 = 100$ и како су и 3 и 97 прости бројеви, то је $x = 100$.

Како је $101 = 2 + 99 = 2k + (101 - 2k)$, то број 101 није најмањи непаран број који се може приказати као збир два проста броја.

Како је $2 + 101 = 103$ и како су и 2 и 101 прости бројеви, то је $y = 103$.

Збир $x + y$ је тада $100 + 103 = 203$.

3. Дрвена коцка ивице 4 cm је обојена плавом бојом и потом је исечена на мале коцкице чија је запремина 1 cm^3 .

а) Колико има малих коцкица?

б) Колико има малих коцкица чије су три стране обојене у плаво?

в) Колико има малих коцкица чије су две стране обојене у плаво?

г) Колико има малих коцкица чије је једна страна обојена у плаво?

д) Колико има малих коцкица чије су све стране необојене?

а) Малих коцкица има $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$.

б) Са три обојене стране су коцкице у угловим коцке и има их 8.

в) Са две обојене коцке су коцкице на ивицама коцке (без углова), То значи на 12 ивица по 2 коцкице, а то је 24

г) Са једном обојеном страном су по 4 коцкице на свакој од 6 страна коцке и има их 24.

д) Необојене коцке су у „унутрашњости“ велике коцке и има их $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

4. Цећарка Цвета располаже са 48 каранфила, 60 ружа и 72 нарциса. Колико највише једнаких букета може да направи Цвета, тако да у сваком букету буде бар по један каранфила, ружа и нарцис? Колико цветова има у сваком таквом букету?

Као је НЗД $(48, 60, 72) = 12$ то ће бити 12 букета.

У сваком букету ће бити по $48 : 12 = 4$ каранфила, $60 : 12 = 5$ ружа и $72 : 12 = 6$ нарциса. Дакле сваки букет ће садржати по $4 + 5 + 6 = 15$ цветова.

5. Дешифруј множење: $* 2 * \cdot 3 6 = * 4 2 *$

Производ $* 2 * \cdot 3 6 = * 4 2 *$ можемо записати и у облику $* 2 * \cdot 36 = x42y$.

Како је производ $x42y$ дељиво са 4, онда цифра у може бити 0, 4 или 8.

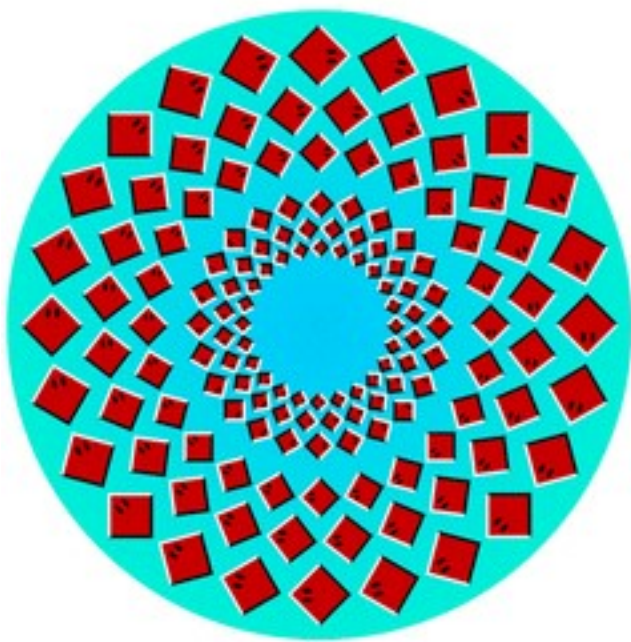
Тада ће тај производ бити $*420$, $*424$ или $*428$.

Како је број $*42y$ дељив и са 9, то збир цифара бројева $*420$, $*424$, $*428$ мора бити дељив са 9. Тада се добијају бројеви 3420, 8424 и 4428.

Како је $3420 : 36 = 94$, $8424 : 36 = 234$ и $4428 : 36 = 123$.

Очигледно да условима задатка (цифра десетица је 2) одговара само последња операција.

Дакле, $123 \cdot 36 = 4428$.



РЕШЕЊА

6. РАЗРЕД

1. Компјутер је коштао 32000 динара, а онда је поскупео 17%. Колика је нова цена компјутера?

Нова цена компјутера биће $32\ 000 \cdot 1,17 = 320 \cdot 117 = 37\ 440$ динара.

2. Производ 3 различита цела броја је 6. Колики је њихов збир? Одреди сва могућа решења.

Ако је производ три цела броја $6 = 1 \cdot 1 \cdot 6 = 1 \cdot 2 \cdot 3$, онда је могуће да су сва три позитивна, или два негативна, а један позитиван и тада постоје следеће ситуације:

- 1) $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ и њихов збир је $1 + 2 + 3 = 6$;
- 2) $1 \cdot (-1) \cdot (-6) = 6$ и њихов збир је $1 + (-1) + (-6) = -6$;
- 3) $1 \cdot (-2) \cdot (-3) = 6$ и њихов збир је $1 + (-2) + (-3) = -4$;
- 4) $2 \cdot (-1) \cdot (-3) = 6$ и њихов збир је $2 + (-1) + (-3) = -2$;
- 5) $3 \cdot (-1) \cdot (-2) = 6$ и њихов збир је $3 + (-1) + (-2) = 0$.

3. Одреди производ свих разломака који су већи од 0,8 и мањи од 1, а бројилац и именилац сваког од њих су узастопни природни бројеви мањи од 11.

Тражени разломци су $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$.

Њихов производ је $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

4. На колико начина се број 15 може приказати као збир неколико узастопних целих бројева?

Могући зборови су:

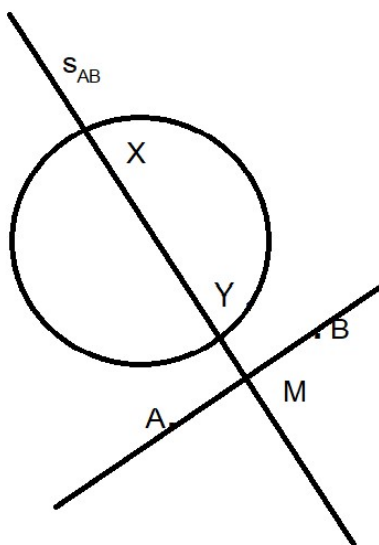
- 1) $7 + 8 = 15$;
- 2) $(-6) + (-5) + \dots + 5 + 6 + 7 + 8 = 15$;
- 3) $4 + 5 + 6 = 15$;
- 4) $(-3) + (-2) + \dots + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 15$;
- 5) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$;
- 6) $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$;
- 7) $(-14) + (-13) + \dots + 13 + 14 + 15 = 15$.

5. Дата је кружница k и тачке A и B које не припадају кружници k (види слику). Одреди све тачке на кружници које су једнако удаљене од тачака A и B .

Конструише се симетрала дужи AB , и то је права s_{AB} ,

Добијена права сече дату кружницу k у тачкама X и Y .

Тражене тачке су управо тачке X и Y , јер оне припадају симетрали дужи AB , што значи да су једнако удаљене од крајева дате дужи AB .



РЕШЕЊА

7. РАЗРЕД

1. Израчунај вредност израза $\sqrt{5,44444...} + 6,66666...$

Нека је $x = 5,44444...$ и $y = 6,66666...$

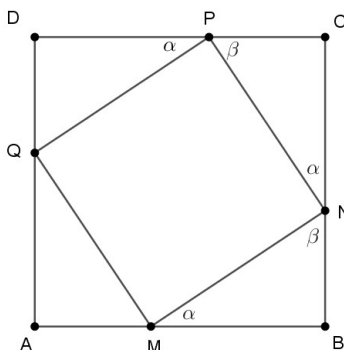
Тада је $10x = 54,44444...$ и $10y = 66,66666...$

Следи да је $9x = 49$ и $9y = 60$, тј. $x = 49/9$ и $y = 60/9 = 20/3$.

Тада је $\sqrt{5,44444...} + 6,66666... = \sqrt{x} + y = 7/3 + 20/3 = 27/3 = 9$.

2. Дат је квадрат ABCD чија страница има дужину 15 cm. Тачке M, N, P, Q припадају редом страницама AB, BC, CD и DA и деле странице квадрата у односу 2 : 3. Докажи да је четвороугао MNPQ такође квадрат и израчунај његову површину.

Из услова задатка следи да је $AM = BN = CP = DQ = 6$ cm и $MB = NC = PD = QA = 9$ cm. Троуглови AMQ, BMN, CNP, DPQ су подударни, јер су сви правоугли и имају једнаке катете (СУС). Из подударности троуглова следи да су и хипотенузе једнаке, тј. $MN = NP = PQ = QA$. Али и да су њихови углови једнаки. Тада је $\angle MNP = 180^\circ - \alpha - \beta$. Како је $\alpha + \beta = 90^\circ$, то је и $\angle MNP = 90^\circ$. Четвороугао MNPQ има све странице једнаке и све углове праве, па је четвороугао MNPQ квадрат.



Површина квадрата је $15^2 = 225$ cm² и сваки од троуглова AMQ, BMN, CNP, DPQ има површину $6 \cdot 9 : 2 = 27$ cm². Тада је површина квадрата MNPQ једнака $225 - 4 \cdot 27 = 225 - 108 = 117$ cm².

3. Шта је веће $3+\sqrt{14}$ или $2+\sqrt{19}$?

Нека је $x = 3+\sqrt{14}$ и $y = 2+\sqrt{19}$.

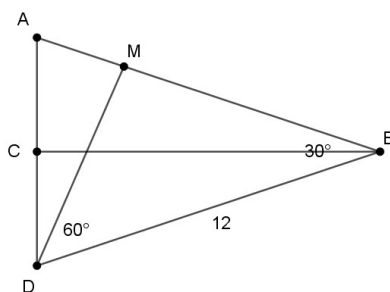
Тада је $x^2 = 9+6\sqrt{14}+14=23+6\sqrt{14}$ и $y^2 = 4+4\sqrt{19}+19=23+4\sqrt{19}$.

Како је $(6\sqrt{14})^2 = 36 \cdot 14 = 504 > 304 = (4\sqrt{19})^2$, то је $6\sqrt{14} > 4\sqrt{19}$.

То значи да је $x^2 > y^2$ и $x > y$ и коначно да је $3+\sqrt{14} > 2+\sqrt{19}$.

4. У правоуглом троуглу један угао је 15° , а његова хипотенуза има дужину 12 cm. Колика је површина тог правоуглог троугла?

Нека је дати троугао ABC (C је теме правог угла). Ако слепимо два дата троугла по дужој катети добија једнакокраки троугао ABD чији краци су по 12 cm и угао између кракова једнак 30° .



Ако се конструише висина DM троугла ABD, онда је троугао BMD правоугли. Катета BD је наспрам угла од 30° и једнака је 6 cm (половина хипотенузе $BD = 12$ cm), Тада је површина троугла ABD једнака $12 \cdot 6 : 2 = 36$ cm². Површина троугла ABC је половина добијене површине и износи 18 cm².

5. Колико има природних бројева већих од 1234 и мањих од 7654 који имају тачно три делиоца.

Тачно три делиоца имају само квадрати простих бројева (1, p и p²).

То значи да је $1234 < p^2 < 7654$ или $35 < p < 88$.

Следи да је $p \in \{ 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83 \}$.

Дакле таквих бројева има 12.

РЕШЕЊА

8. РАЗРЕД

1. У картонски круг полупречника 12 уписан је правилни шестоугао. Колико процената картона отпадне када се исече тај правилни шестоугао?

Површина круга је $12^2 \cdot \pi = 144 \pi \approx 144 \cdot 3,14 = 452,16 \text{ cm}^2$.

Површина шестоугла је $6 \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} = 216 \sqrt{3} \approx 216 \cdot 1,73 = 373,78 \text{ cm}^2$.

Дакле искоришћено је приближно $373,78 : 452,16 = 82,64\%$ картона.

Отпадак износи приближно $17,36\%$ картона.

2. Постоји ли конвексан многоугао чија су четири унутрашња угла једнаки 77° , 80° , 83° и 86° ?

Како су одговарајући спољашњи углови једнаки 103° , 100° , 97° , 94° и како је њихов збир већи од 360° то такав многоугао не постоји, јер збир спољашњих углова многоугла је увек 360° .

3. Катете правоуглог троугла Т су 20 и 21. Површина њему сличног троугла T_1 је 1890. Колика је хипотенуза троугла T_1 ?

Ако су катете троугла Т 20 и 21, онда је хипотенуза једнака 29, јер је $20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841 = 29^2$.

Површина троугла Т је $20 \cdot 21 = 210$. Како је $1890 : 210 = 9$ то је коефицијент сличности једнак 3 (површине се односе као квадрати страница).

Следи да је хипотенуза троугла T_1 једнака $3 \cdot 29 = 87$.

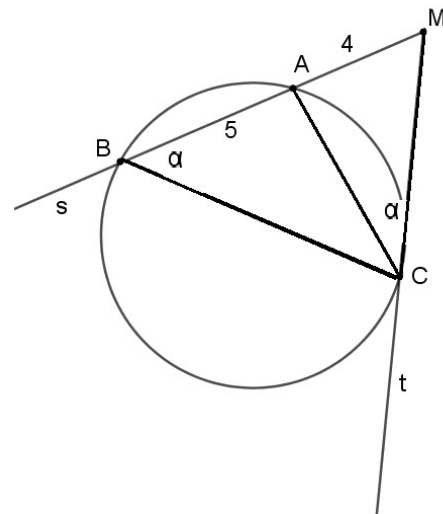
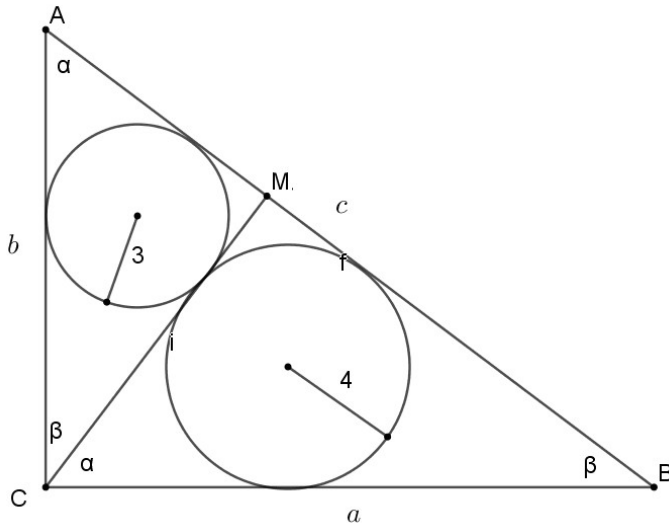
4. Дат је правоугли троугао АВС, у коме је тачка М подножје хипотенузине висине СМ, Полупречници кругова уписаних у троуглове АМС и ВМС имају дужине 3, односно 4. Одреди дужину полупречника круга уписаног у троугао АВС.

Троуглови АМС, ВМС и АВС су слични, јер су сви правоугли и имају оштре углове α и β (види слику лево). Из сличности троуглова следује пропорционалност елемената троугла, тј. $AB : AC : BC = 4 : 3 : r$.

Нека је $AB = 4k$, $AC = 3k$ и $BC = rk$.

Из Питагорине теореме је $AB^2 + AC^2 = BC^2$, тј, $16k^2 + 9k^2 = r^2k^2$.

Следи да је $25k^2 = r^2k^2$, па је $r^2 = 25$ и $r = 5$.



5. Дата је кружница k и тачка M ван кружнице. Сечица s садржи тачку M и сече кружницу у тачкама A и B ($MA < MB$), а тангента t је додирује у тачки C . Израчунај дужину дужи MC , ако је $MA = 4$ cm и $AB = 5$ cm.

Из теореме о потенцији тачке у односу на круг следи да је $MA \cdot MB = MC^2$.

Како је $MA = 4$ и $AB = 5$, то је $MB = 4 + 5 = 9$.

Следи да је $MA \cdot MB = MC^2$, па је $4 \cdot 9 = 36 = MC^2$ и $MC = 6$ cm.

Напомена: Релација $MA \cdot MB = MC^2$ се добија из сличности троуглова АСМ и ВСМ (угао $\angle AMC = \angle BMC$, јер је то заједнички угао за оба троугла и $\angle ACM = \angle CBM = \alpha$ - као угао између тангенте и тетиве АС и периферијски угао над тетивом АС). Из сличности је $AM : CM = CM : BM$ (види слику).