



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2022/23

6. РАЗРЕД

ПРОБНО ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ
28. 01. 2023,

1. Може ли се скуп бројева $S = \{-2023, -2022, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, 2020, 2021, 2023\}$ поделити на два подскупа A и B , који немају заједничких елемената, тако да је $A \cup B = S$ и да је:
 - а) збир елемената скупа A једнак збиру елемената скупа B ;
 - б) производ елемената скупа A једнак производу елемената скупа B ?
2. Базен за купање се пуни цевима A и B , а празни се помоћу цеви C . Цев A напуни базен за 4, цев B за 6 сати, а цев C испразни базен за 12 сати. За колико сати ће се напунити базен ако су у функцији све три цеви?
3. На кружици k чији је центар тачка O , дате су редом тачке A , B и C тако да се тачка O налази у унутрашњој области троугла ABC . Докажи да је $\angle AOC = 2\angle ABC$.
4. Реши једначину: $1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{|x|}} = 2023$.
5. Дат је троугао ABC . Над његовим страницама AC и BC са спољне стране су конструисани једнакостранични троуглови ACM и BCN . Докажи да је $AN = BM$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 120 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.