



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ  
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО  
ШКОЛСКА 2022/23

6. РАЗРЕД

ПРОБНО ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ  
11. 03. 2023.

1. Симетрале унутрашњих углова троугла  $ABC$  секу се у тачки  $S$ . Докажи да су углови  $\angle ASB$ ,  $\angle BSC$  и  $\angle CSA$  тупи углови.
2. Збир два рационална броја  $\frac{a}{b}$  и  $\frac{c}{d}$  је  $1,111111\dots$ , а њихова разлика је  $0,5$ . Одреди природне бројеве  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , ако је  $\text{НЗД}(a, b) = 1$  и  $\text{НЗД}(c, d) = 1$ .
3. У троуглу  $ABC$ , на страници  $BC$  дата је тачка  $M$  таква да је  $AM$  нормално на  $BC$ . Конструисати троугао  $ABC$ , ако је  $AB = 6 \text{ cm}$ ,  $AM = 4 \text{ cm}$  и  $AC = 7 \text{ cm}$ .
4. Скуп  $S$  садржи 2023 различита проста броја.
  - а) Докажи да у скупу  $S$  постоји 2022 броја таква да је њихов збир и њихова разлика сложен број.
  - б) Докажи да постоји скуп  $M$  који је подскуп скупа  $S$  такав да скуп  $M$  садржи бар 51 број са особином да је разлика свака два од њих дељива са 100.
5. У једнакоккраком трапезу  $ABCD$  дијагонале  $AC$  и  $BD$  су симетрале углова на већој основици трапеза. Одредити углове и странице трапеза ако је обим трапеза  $100 \text{ cm}$ , а једна основица је два пута већа од друге.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 150 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.