



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2022/23

8. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
06. 05. 2023.

1. Коцка чија је ивица 10 cm пресечена је са равни која је од три ивице са заједничким теменом А одсеца дужи АМ, АН и АР једнаке дужине. Ако је однос запремина добијених делова коцке $371 : 4$, одредити разлику површина тих делова.
2. На столу се налазе математичке књиге, Срђан је узео трећину књига и још једну књигу. Влада је узео трећину преосталих књига и још две књиге. Пера је узео трећину преосталих књига и још три књиге. Бојан је узео трећину преосталих књига и још четири књиге. На столи је остало још 10 књига. Колико књига је било на столу и колико књига је узео сваки од математичара?
3. У полукруг полупречника r уписан је правоугаоник, чија су два темена на пречнику круга а друга два на кружности. Одреди обим правоугаоника који има највећу површину.
4. Збир цифара броја 7^{2023} је a . Збир цифара броја a једнак је броју b , а збир цифара броја b једнак је броју c . Одредити број c .
5. Одредити све троцифрене бројеве $\overline{abc}$, чије су све цифре различите од нуле, ако за његове цифре a , b и c важи једнакост $a + b + c = 9$ и неједнакост $9a^2 + 9b^2 + 9c^2 - 6abc \leq a^3 + b^3 + c^3$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 180 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.