



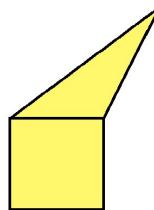
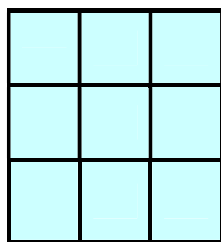
ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2022/23

3. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
06. 05. 2023,

3. РАЗРЕД

1. Колико има троцифрених природних бројева чији производ цифара је 6?
2. Дешифруј сабирање: $AAA + AA + A = ABC$, ако једнаким словима одговарају једнаке цифре и различитим словима различите цифре. Колико има решења?
3. Конструирај магични квадрат, тако да је збир бројева по хоризонталама, вертикалама и дијагоналама једнак 333, а сви елементи магичног квадрата су различити непарни природни бројеви.



4. Квадрат и троугао на слици (десно) имају једнаке обиме. Колики је обим целе фигуре (жуто обојене) ако страница квадрата има дужину 6 cm?
5. Влада, Нада и Јагода заједно имају 124 године. Колико година има свако од њих, ако је Нада имала 11 година, када је Влада имао 13 година, а Јагода 4 године.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 120 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2022/23

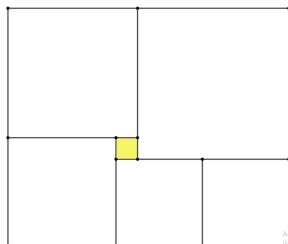
4. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
06. 05. 2023.

1. Колико има четвороцифрених природних бројева чији производ цифара је 8, а збир цифара је непаран број?
2. Ако је $A \cdot BA \cdot BA = 2023$, колико је $AB \cdot BA$?
3. Одреди најмањи природан број x , тако да дати квадрат постане магични. Одреди све елементе тако добијеног магичног квадрата.

	34	
40	x	
		37

4. Правоугаоник је подељен на 6 квадрата (види слику). Одреди обим и површину правоугаоника, ако је површина најмањег, жуто обојеног квадрата једнака 9 cm^2 .



5. Три молера за 4 дана окрече 5 станова. Колико станова ће окречити 7 молера за 12 дана?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 120 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2022/23

5. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
06. 05. 2023.

1. Колико има двоцифрених сложенених бројева, чији је збир цифара прост број?
2. Шта је веће $\frac{8}{2023}$ или $\frac{77}{22254}$?
3. Углови α и β су суплементни, а углови β и γ су комплементни. Израчунај углове α , β и γ , ако је $\gamma + \alpha = 111^\circ$.
4. Дата је једначина $p \cdot q \cdot r + 3 \cdot p \cdot q + 2 \cdot p = 52$.
Одреди број $A - B$, ако је A број решења дате једначине у скупу природних бројева,
а B број решења дате једначине у скупу простих бројева.
5. Дат је скуп $A = \{ 1, 2, 3, \dots, 2021, 2022, 2023 \}$. Постоје ли подскупови $B_1, B_2, \dots, B_7$ датог скупа A , такви да је $B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_7 = A$; пресек ма која два од скупова $B_1, B_2, \dots, B_7$ празан скуп и збир елемената у сваком од скупова $B_1, B_2, \dots, B_7$ једнак. Ако постоје, наведи један од могућих примера таквих скупова $B_1, B_2, \dots, B_7$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 120 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.

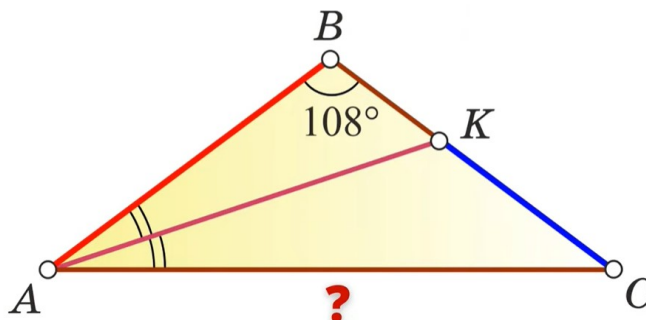


ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2022/23

6. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
06. 05. 2023.

1. Три молера за 4 дана окрече 5 станова. Колико станова ће окречити 7 молера за 12 дана? За колико дана ће 24 молера окречити 60 станова? Колико молера треба ангажовати да би за 12 дана окречили 45 станова?
2. Дат је неједнакокраки трапез ABCD. Нека су M и N средишта основица AB и CD трапеза и нека је дуж MN једнака полуразлици основица трапеза. Израчунај збир углова на мањој основици трапеза.
3. Одреди све двоцифрене бројеве који су 7 пута већи од збира својих цифара.
4. У једнакокраком троуглу троуглу ABC, $AB = BC$, $\angle ABC = 108^\circ$ и симетрала угла $\angle CAB$ сече страницу BC у тачки K. Израчунај дуж AC, ако је $AB + KC = 2023$.



5. Бројеви од 1 до 1000 (закључно са 1000) исписани су редом по кружности. Почевши од 1 прецртавамо сваки петнаести број (1, 16, 31, 46,...) при чему при поновним обилазцима кружнице већ прецртане бројеве поново урачунавамо (прецртавамо). Колико ће бројева, на овај начин прецртавања, остати непрецртано?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 180 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2022/23

7. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
06. 05. 2023.

- Збир полинома $A(x)$ и $B(x)$ је полином $2x^2 + 4x$, а њихова разлика је 6.
 - Одреди полином $A(x) \cdot B(x)$.
 - Реши једначину $A(x) \cdot B(x) = 0$.
- Полупречник кружнице описане око правилног осмоугла је 8 cm. Израчунај површину правилног осмоугла.
- У дувачком оркестру музичари су на паради били постројени у квадратном облику (n редова са по n музичара). Потом се оркестар у истом саставу престојо у правоугаону конфигурацију, тако што је повећан број редова за 5, а у сваком реду је опет био једнак број музичара. Одреди колико је музичара било у том оркестру и како је изгледала формација оркестра пре и после престојавања.
- Дат је једнакостранични троугао ABC и на луку BC кружнице описане око троугла тачка M . Докажи да је $AM = BM + CM$.
- Паук се креће по прозорској решетки која је у облику квадратне мреже димензија 4×4 . Паук полази из левог доњег угла решетке и кретање паука је праволинијско, корак по корак, од чвора до чвора решетке, али увек десно или горе, при чему је циљ да ухвати муву која се налази у десном горњем углу решетке.
 - Колико најмање корака треба пауку до циља ?
 - На колико различитих начина може паук стићи до муве ?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 180 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2022/23

8. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
06. 05. 2023.

1. Коцка чија је ивица 10 cm пресечена је са равни која је од три ивице са заједничким теменом А одсеца дужи АМ, АN и АР једнаке дужине. Ако је однос запремина добијених делова коцке $371 : 4$, одредити разлику површина тих делова.
2. На столу се налазе математичке књиге, Срђан је узео трећину књига и још једну књигу. Влада је узео трећину преосталих књига и још две књиге. Пера је узео трећину преосталих књига и још три књиге. Бојан је узео трећину преосталих књига и још четири књиге. На столи је остало још 10 књига. Колико књига је било на столу и колико књига је узео сваки од математичара?
3. У полукруг полупречника r уписан је правоугаоник, чија су два темена на пречнику круга а друга два на кружности. Одреди обим правоугаоника који има највећу површину.
4. Збир цифара броја 7^{2023} је a . Збир цифара броја a једнак је броју b , а збир цифара броја b једнак је броју c . Одредити број c .
5. Одредити све троцифрене бројеве $\overline{abc}$, чије су све цифре различите од нуле, ако за његове цифре a , b и c важи једнакост $a + b + c = 9$ и неједнакост $9a^2 + 9b^2 + 9c^2 - 6abc \leq a^3 + b^3 + c^3$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 180 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.