

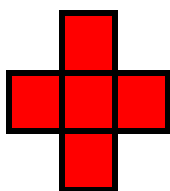


ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2023/24

3. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
04. 05. 2024.

1. Колико најмање, а колико највише узастопних природних бројева треба сабрати да би добијени збир био 105?
2. Одреди бар два решења ребуса $\text{ДВА} + \text{ТРИ} = \text{ПЕТ}$, у коме једнаким словима одговарају једнаке цифре и различитим словима одговарају различите цифре.
3. Колико дужи, квадрата и правоугаоника садржи црвени крст на наредној слици (лево)?
4. Колики је обим црвеног крста (слика лево), ако једна дуж у квадратној мрежи има дужину 7 mm?



1			
			2
4			3

5. Допуни судоку на претходној слици (слика десно).

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 180 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.

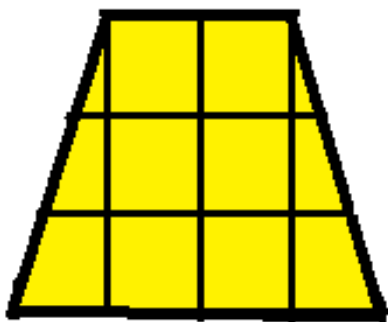


ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2023/24

4. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
04. 05. 2024.

1. На колико начина се број 105 може написати као збир неколико узастопних природних бројева?
2. Дато је сабирање $ABA + BAB = 888$ у коме једнаким словима одговарају једнаке цифре и различитим словима одговарају различите цифре. Одреди сва могућа решења.
3. Колико троуглова, квадрата и правоугаоника садржи жута фигура на наредној слици (лево)?
4. Колика је површина жуте фигуре на наредној слици (слика лево), ако једна дуж у квадратној мрежи има дужину 7 mm?



	3		4		
		5	6		3
			1		
	1		3		5
	6	4		3	1
		1		4	6

5. Допуни судоку на претходној слици (слика десно).

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 180 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2023/24

5. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
04. 05. 2024.

1. На колико начина се број 105 може написати као збир неколико узастопних природних бројева?
2. Углови α и β су суплементни углови, а шестина угла α и две трећине угла β су комплементни углови. Израчунај углове α и β .
3. Одреди све просте бројеве x и y , такве да је $3x + 5y = 100$.
4. Компјутер има цену 50 000 динара. Због усклађивања са ценама осталих производа, пре месец дана је поскупео за 20%. Данас је трговац смањио цену за 20%. Колико сада кошта компјутер?
5. Допуни судоку на наредној слици

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 180 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2023/24

6. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
04. 05. 2024.

1. Свежа трава садржи 75% влаге и 25% суве материје. Сува трава (сено) садржи 75% суве материје и 25% влаге. Колико треба накосити свеже траве да би се добила једна тона сена?
2. На страници BC квадрата $ABCD$ дата је тачка E таква да је $\angle CDE = 20^\circ$. У унутрашњој области квадрата $ABCD$ дата је тачка M , таква да је троугао DEM правоугли и $BM = EM$. Одреди угао ABM .
3. У једнакоккраком трапезу $ABCD$ углови на већој основици су 60° , а дијагонале трапеза су нормалне на крацима трапеза. Докажи да се око датог трапеза може описати кружница и израчунај њен полупречник, ако је обим трапеза 50 cm.
4. Одредити све природне бројеве x и y , такве да је $3x + 5y = 75$. Колико решења има дата једначина у скупу целих бројева?
5. Дат је скуп P који садржи 2024 различита проста броја. Докажи да у скупу P постоји бар 505 простих бројева који се завршавају истом цифром.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 180 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2023/24

7. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
04. 05. 2024.

- Тачке $A_1, A_2, \dots, A_8, A_9$ су темена правилног деветоугла. Одреди углове троугла $A_1A_3A_7$.
 - Докажи да постоје две дијагонале тог многоугла које се секу под углом мањим од 7° ?
- Број који се једнако чита с лева на десно, као и с десна на лево назива се палиндром. На пример $11^2 = 121$, па је 121 палиндром. Докажи да постоји бесконачно много палиндрома који су потпуни квадрати.
- Колико има троцифрених бројева чији производ цифара је дељив са 70?
- Одреди све двоцифрене бројеве који су два пута већи од производа својих цифара.
- Играч А (први) и играч В (други) наизменично пишу различите цифре у поља таблице која садржи девет поља (у прво поље таблице се не може уписати цифра 0). Ако је добијени деветоцифрени број дељив са 6, победник је играч А, а ако није дељив са 6 победник је играч В. Ко има победничку стратегију, играч А (који има 5 потеза) или играч В (који има 4 потеза), ако се поља таблице могу попуњавати било којим редом?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 180 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.



ШКОЛА ЗА МЛАДЕ МАТЕМАТИЧАРЕ
„ДИОФАНТ“ – ВАЉЕВО
ШКОЛСКА 2023/24

8. РАЗРЕД

ПРОБНО ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ
04. 05. 2024.

1. Три ливаде имају површину 5, 15 и 36 хектара. На свакој од њих трава расте равномерно. Прву ливаду попасе 12 крава за 4 недеље, другу 21 крава за 9 недеља. Колико највише крава може пасти трећу ливаду 18 недеља? (Њутнов задатак о три ливаде)
2. Дат је број $A = 1^{2024} + 2^{2024} + 3^{2024} + 4^{2024} + 5^{2024} + 6^{2024}$. Колики је остатак при дељењу броја A са 7.
3. Ако су a , b и c дужине страница троугла ABC онда важи неједнакост:
$$1 < \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{b+a} < 3.$$
 Докажи.
4. У правоугли троугао ABC , са правим углом код темена C уписан је правоугаоник $CDEF$, тако да тачка D припада катети AC , тачка E припада хипотенузи AB и тачка F припада катети BC , при чему је $AD = 6$ и $BF = 8$.
 - а) Колика је површина правоугаоника $CDEF$?
 - б) Колика је најмања могућа површина троугла ABC ?
5. Одреди све целе бројеве x и y такве да је $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатка траје 180 минута.

Решење сваког задатка треба кратко и јасно образложити.