

**KREATIVNO UVJEŽBAVANJE I
PONAVLJANJE U NASTAVI
MATEMATIKE**

OPĆI CILJEVI NASTAVE MATEMATIKE

OPĆI CILJEVI - opće matematičke kompetencije koje bi učenici trebali razviti do kraja (obaveznog) obrazovanja:

- matematička argumentacija
- sposobnost rješavanja problema i modeliranje
- matematički jezik i komunikacija
- pozitivan stav prema matematici
- racionalna i efikasna upotreba tehnologije

OPĆI CILJEVI NASTAVE MATEMATIKE - DETALJNIJE

Nastava matematike učenicima treba omogućiti:

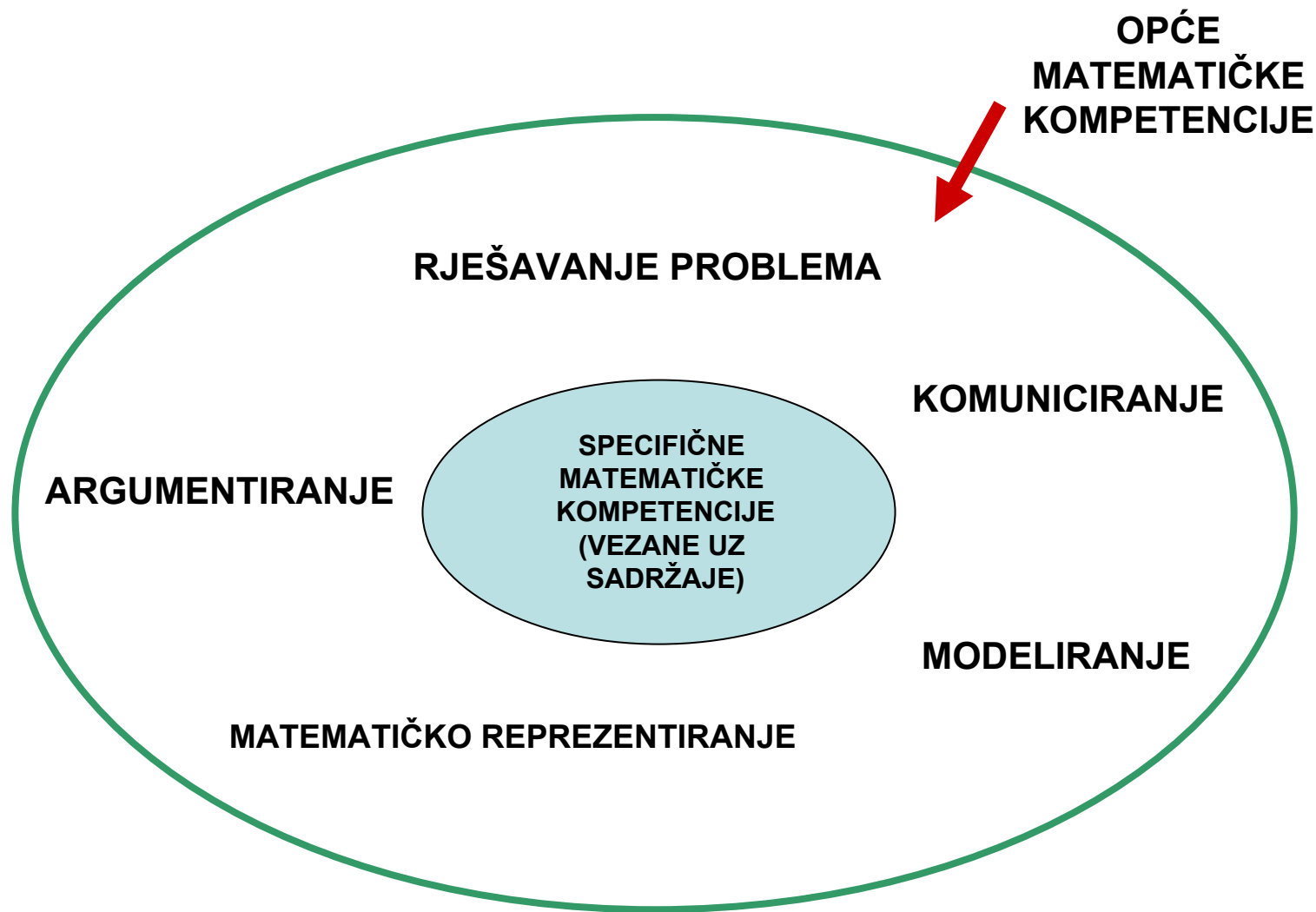
- razvoj pozitivnog stava prema matematici i interesa za nju, te samopouzdanja u vlastiti matematički potencijal
- prihvaćanje matematike kao smislene aktivnosti i njene primjene kao korisnog alata u raznim situacijama
- uvid u povijest matematike i razvoj razumijevanja za njenu važnu ulogu u različitim kulturama i djelatnostima
- razvoj vještina i sposobnosti logičkog mišljenja, zaključivanja i generaliziranja, te matematičke argumentacije

OPĆI CILJEVI NASTAVE MATEMATIKE - DETALJNIJE (2)

Nastava matematike učenicima treba omogućiti (nastavak):

- razvoj svijesti o vrijednosti matematičkog jezika i vještina usmenog i pisanog komuniciranja sadržaja i ideja u kojima je prirodno koristiti matematički jezik i simbole
- razvoj vještina i sposobnosti postavljanja, formuliranja i rješavanja problema uz pomoć matematike, te interpretiranja, uspoređivanja i vrednovanja rješenja u odnosu na izvornu problemsku situaciju
- razvoj vještina i sposobnosti upotrebe jednostavnih matematičkih modela te kritičkog pristupa pretpostavkama, ograničenjima i primjeni tih modela
- razvoj vještina racionalnog i efikasnog korištenja tehnologije (ICT i ostali prikladni alati)

MATEMATIČKE KOMPETENCIJE – OPĆE I SPECIFIČNE



SPECIFIČNI CILJEVI NASTAVE MATEMATIKE

SPECIFIČNI CILJEVI – znanja i vještine podijeljeni ravnopravno prema matematičkim spoznajnim područjima u kojima se od učenika očekuje napredak:

- Brojevi i računanje
- Algebra
- Veličine i mjerenje
- Geometrija (oblici i prostor)
- Podaci, vjerojatnost i statistika
- Funkcije

SUVREMENA NASTAVA MATEMATIKE

Obično opisana sintagmom:

NASTAVA ORIJENTIRANA UČENICIMA

To podrazumijeva **metode aktivne nastave**, tj:

- dominantnu učeničku (a ne učiteljevu) aktivnost pri:
 - formuliranju matematičkih koncepata (tzv. učenje otkrivanjem)
 - uvježbavanju i usustavljivanju obrađenih matematičkih sadržaja (kreativno vježbanje i ponavljanje)
- razvijanje odgovornosti učenika za vlastiti uspjeh i napredovanje u matematici

NASTAVA MATEMATIKE (2)

U obaveznom obrazovanju to znači:

MNOGO PRAKTIČNIH UČENIČKIH AKTVNOSTI

Za sobom povlači:

- izmijenjenu ulogu učitelja
 - **učitelj kao organizator (menadžer) procesa učenja i poučavanja, a ne kao (jedini) autoritet znanja**
- upotrebu raznolikih i raznovrsnih nastavnih sredstava i izvora znanja, a ne više samo udžbenika i zbirki zadataka

METODE AKTIVNE NASTAVE

Zato ćemo sada vidjeti nekoliko primjera praktičnih učeničkih aktivnosti pri:

- uvođenju novih matematičkih koncepata ili svojstava matematičkih pojmova
- **uvježbavanju i ponavljanju nastavnih sadržaja**

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA PAPIROM I ŠKARAMA

Primjer.

- **izraze za površinu paralelograma, trokuta, trapeza, te četverokuta s okomitim dijagonalama** učenici mogu “otkriti” sami praktičnom aktivnošću izrezivanja iz papira i preslagivanja novih likova u one koje su već usvojili
- ovu je aktivnost moguće proširiti i na sastavljanje tangrama
- sličnu aktivnost možemo provesti i pri “otkrivanju” **Pitagorinog poučka**

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA MJERENJEM I APROKSIMACIJOM

Primjer. Izraz za opseg kruga (duljinu kružnice) i broj π

Cilj aktivnosti:

- mjerenjem “otkriti” vezu opsega kruga i njegovog polumjera

Potreban materijal:

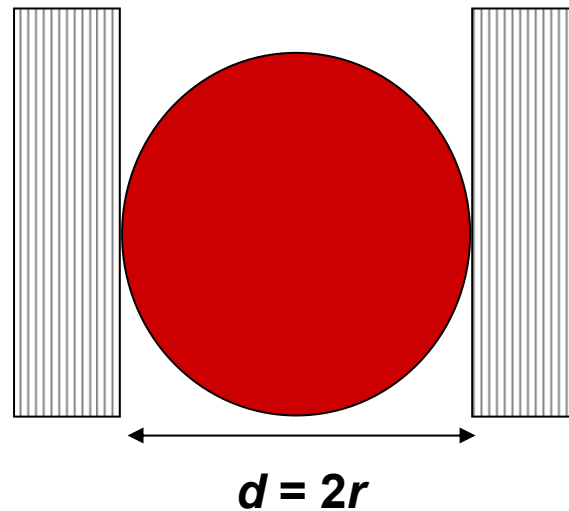
- fizički objekti oblika valjka (vaze, čaše, konzerve...)
- konac
- metar (označeno ravnalo)
- dvije debele veće knjige tvrdih korica
- tablica za zapisivanje rezultata mjerenja

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA MJERENJEM I APROKSIMACIJOM (2)

Tok aktivnosti:

- predmetima oblika valjka najprije izmjerimo promjer stavljanjem između dviju uspravnih debljih knjiga uz rub stola i zabilježimo u pripremljenu tablicu
- konac omotamo oko baze valjka i flomasterom označimo puni krug na koncu
- izmjerimo duljinu konca do oznake
- izmjerene veličine upišemo u tablicu
- mjerenja izvršimo za različite valjkaste predmete
- za svaki krug izračunamo omjer opsega i promjera (kalkulatorom)

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA MJERENJEM I APROKSIMACIJOM (3)



MJERENJE PROMJERA KRUGA (KNJIGAMA NA RUBU STOLA)

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA MJERENJEM I APROKSIMACIJOM (5)

Poželjna diskusija:

- potrebno je voditi računa o mjernim jedinicama (opseg i promjer moraju biti izmjereni istom mjernom jedinicom)
- omjeri O/d će biti između 3.13 i 3.16 – potrebno je prodiskutirati kako točnost mjerenja utječe na rezultat
- obavezno prodiskutirati na koliko decimala ima smisla računati O/d , budući da su i O i d izmjereni približno (na milimetar)

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA MJERENJEM I APROKSIMACIJOM (6)

Primjer. Izraz za površinu kruga i broj π

Cilj aktivnosti:

- mjerenjem “otkriti” vezu površine kruga i njegovog polumjera

Potreban materijal:

- milimetarski papir za svaki par (ili tim) učenika
- šestar
- tablica za zapisivanje rezultata mjerenja

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA MJERENJEM I APROKSIMACIJOM (7)

Tok aktivnosti:

- svaki par (tim) učenika na milimetarskom papiru konstruira krug zadanog polumjera
 - više parova (timova) može konstruirati krug istog polumjera
- prebrojavanjem kvadratnih milimetara i centimetara (na milimetarskom papiru) učenici mjere površinu kruga i upisuju u tablicu
 - vode računa o mjernim jedinicama
 - mogu imati različite strategije prebrojavanja (rade samo za pola kruga i rezultat pomnože sa 2, najprije prebroje “cijele” kvadratne centimetre, a onda ostatak itd.)
- za svaki krug izračunaju omjer površine i kvadrata prolumjera $r \cdot r$ (kalkulatorom)

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA MJERENJEM I APROKSIMACIJOM (8)

Važna diskusija:

- različiti parovi učenika dobit će različite izmjerene površine kruga istog polumjera
 - točnost mjerenja i utjecaj strategije mjerenja na rezultat
- omjer $P / (r \cdot r)$ svima će biti između 3.13 i 3.16
 - prodiskutirati na koliko je decimala razumno računati omjer

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA MJERENJEM I APROKSIMACIJOM (9)

Primjer. Izraz za oplošje kugle

Cilj aktivnosti:

- mjerenjem “otkriti” vezu oplošja kugle i njenog polumjera

Potreban materijal:

- deblji papir (A4 formata) za svaki par učenika
- 1 veća naranča za svaki par učenika
- nož za rezanje voća

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA MJERENJEM I APROKSIMACIJOM (10)

Tok aktivnosti:

- svaki par (tim) učenika razreže naranču duž glavnog presjeka (kruga čiji je polumjer jednak polumjeru kugle)



COPYRIGHT (C) BIURO RSC
WWW.DIGITALPHOTO.PL



COPYRIGHT (C) BIURO RSC
WWW.DIGITALPHOTO.PL

USVAJANJE MATEMATIČKIH KONCEPATA MJERENJEM I APROKSIMACIJOM (11)

Tok aktivnosti (nastavak):

- na papiru treba nekoliko puta (npr. 5) napraviti “otisak” presjeka naranče
- pažljivo treba oguliti naranču i korom “popuniti” kružne otiske
- zaključak: “popunjena” su približno 4 otiska
 - oplošje kugle (površina narančine kore) 4 je puta veće od površine glavnog kruga, tj. $O = 4r^2\pi$

STATISTIKA - CRTANJE DIJAGRAMA

Primjer.

U 7b. razredu među učenicima je provedena anketa o boji razrednih majica na maturalnom putovanju. Ponuđene su bile crvena, žuta, plava i zelena boja, a rezultati ankete dani su tablicom. Prikažite ih grafički.

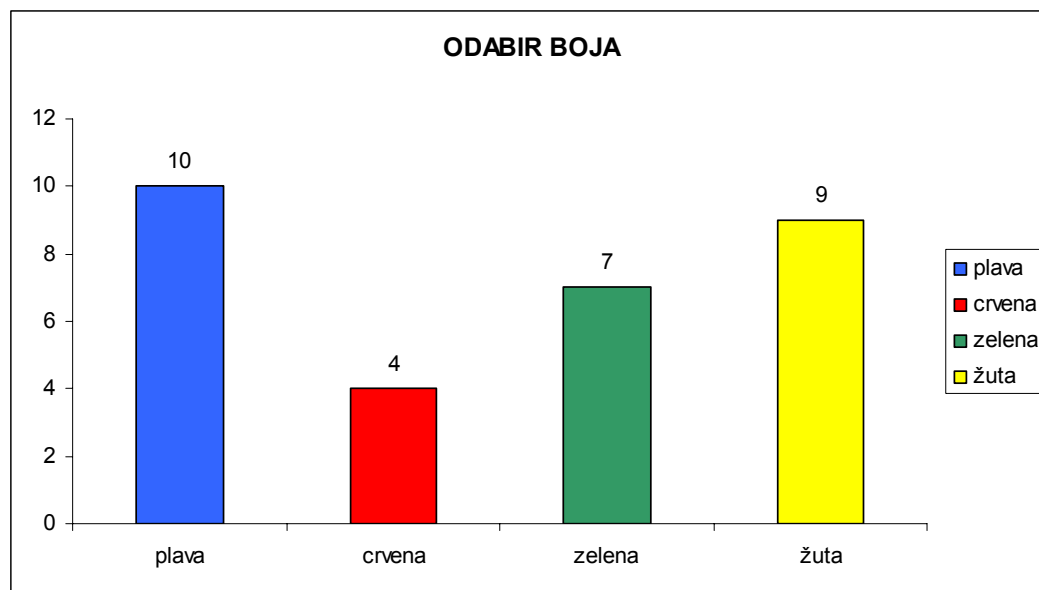
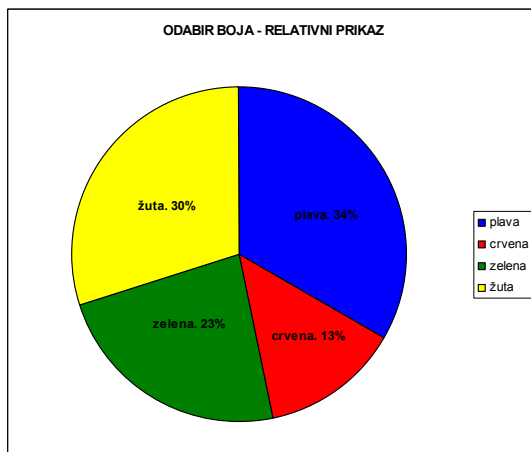
BOJA	plava	crvena	zelena	žuta
BROJ UČENIKA	10	4	7	9

STATISTIKA - CRTANJE DIJAGRAMA (2)

Rješenje.

Moguća su dva adekvatna prikaza podataka:

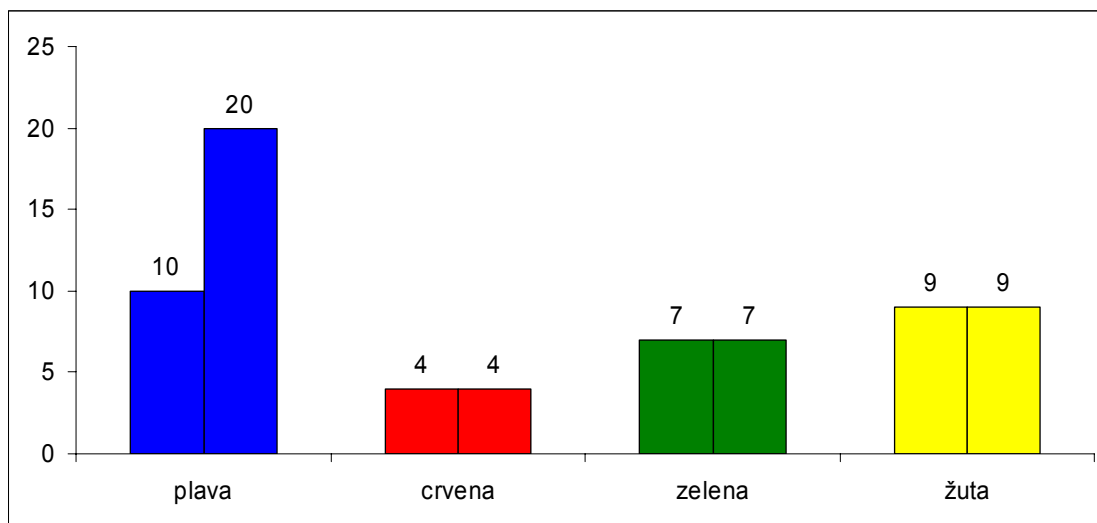
- stupčastim dijagramom
- kružnim dijagramom



STATISTIKA - CRTANJE DIJAGRAMA (3)

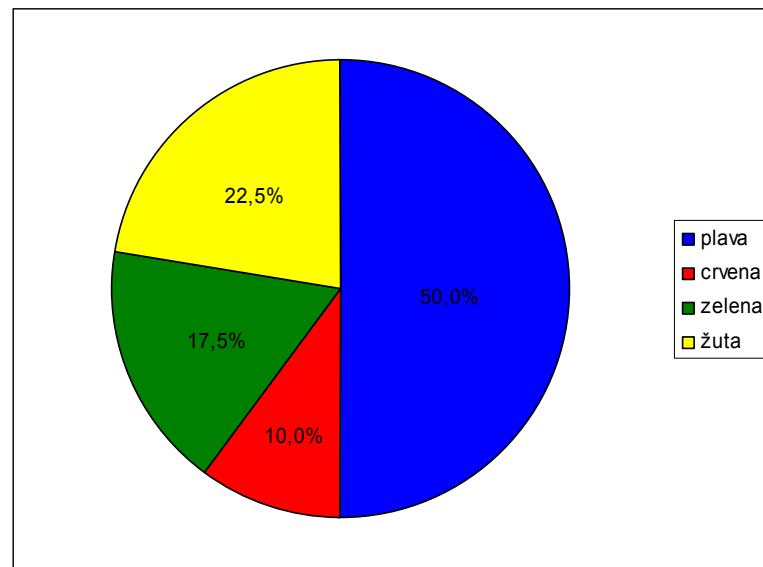
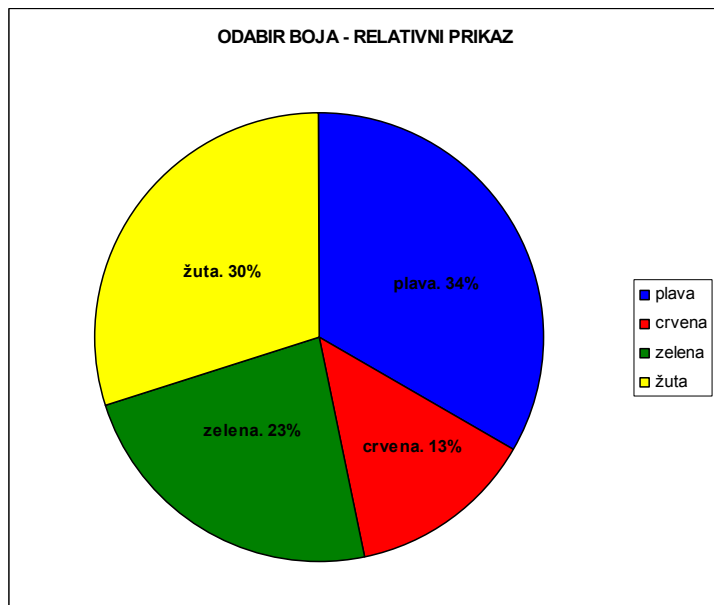
Daljnja pitanja za analizu i provjeru razumijevanja koncepta stupčastog i kružnog dijagrama:

- Što se dešava sa stupčastim dijagramom ukoliko udvostručimo broj učenika koji su odabrali plavu boju? Zašto?



STATISTIKA - CRTANJE DIJAGRAMA (4)

- Što se dešava s kružnim dijagramom u tom slučaju? Zašto?



STATISTIKA - CRTANJE DIJAGRAMA (5)

Daljnja pitanja za analizu i provjeru razumijevanja koncepta stupčastog i kružnog dijagrama:

- Što se sa svakim od dijagrama dešava ukoliko udvostručimo broj učenika kod svake boje? Zašto?
- Što se dešava ukoliko broj učenika kod svake boje upola smanjimo? Zašto?
- Što se dešava ukoliko broj učenika kod svake boje smanjimo za 3? Zašto?

Učenike nakon toga treba potaknuti da samostalno kreiraju pitanja oblika *Što će se s dijagramom dogoditi ako...?*

STUPČASTI DIJAGRAM - SKALIRANJE

Primjer.

Sljedeća tablica prikazuje prosječnu godišnju plaću u kompaniji KOMPA d.o.o. u zadnjih 15 godina. Novinari Podnevnog lista zamolili su gđu Kompić, predsjednicu uprave ove kompanije, da za njihovu poslovnu kolumnu pripremi stupčasti dijagram koji prikazuje ove podatke. Da ste gđa Kompić, kako biste postavili vertikalnu skalu na dijagramu da naglasite:

- (a) da prosječna plaća u kompaniji raste,
- (b) stabilnost kompanije?

Kako biste vertikalnu skalu postavili da ste nepristrani novinar koji želi što preciznije prikazati promjenu prosječne plaće u kompaniji KOMPA d.o.o.?

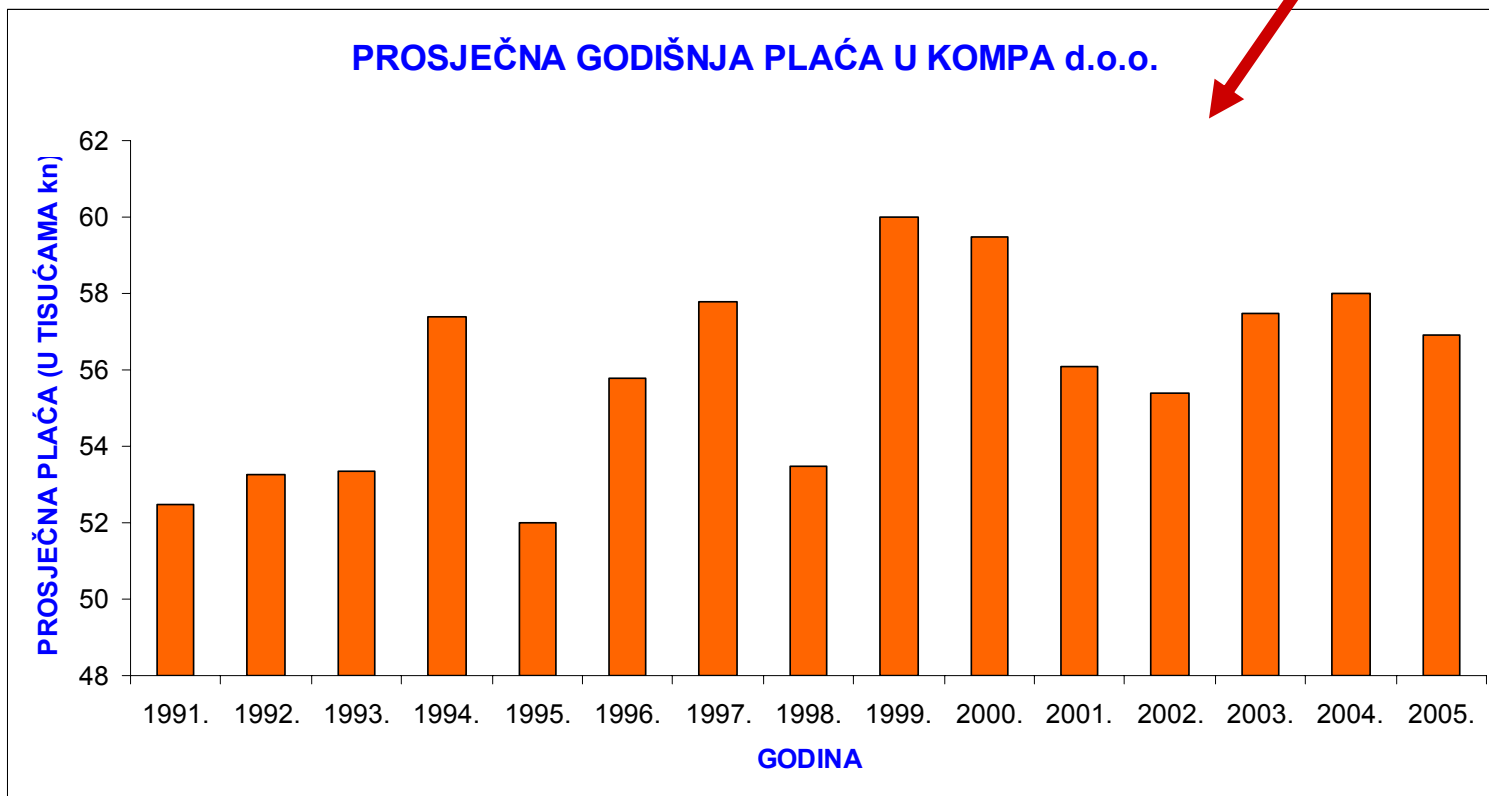
GODINA	PLAĆA (u tisućama kn)	GODINA	PLAĆA (u tisućama kn)	GODINA	PLAĆA (u tisućama kn)
1991.	52,5	1996.	55,8	2001.	56,1
1992.	53,25	1997.	57,8	2002.	55,4
1993.	53,35	1998.	53,48	2003.	57,5
1994.	57,4	1999.	60	2004.	58
1995.	52	2000.	59,5	2005.	56,9

STUPČASTI DIJAGRAM – SKALIRANJE (2)

Rješenje.

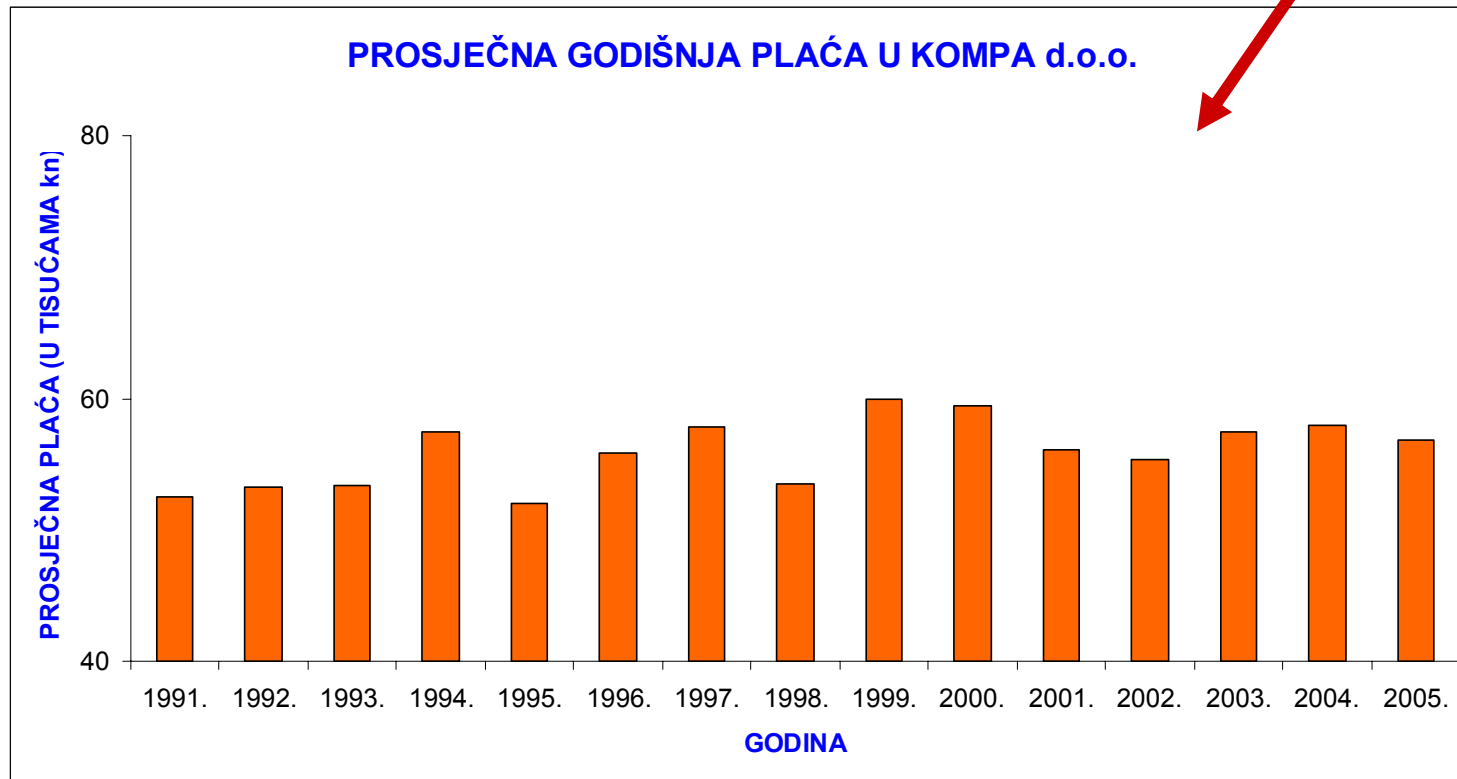
Vertikalnu skalu prilagođavamo zahtjevu.

dijagram nepristranog novinara
("bez namještanja")



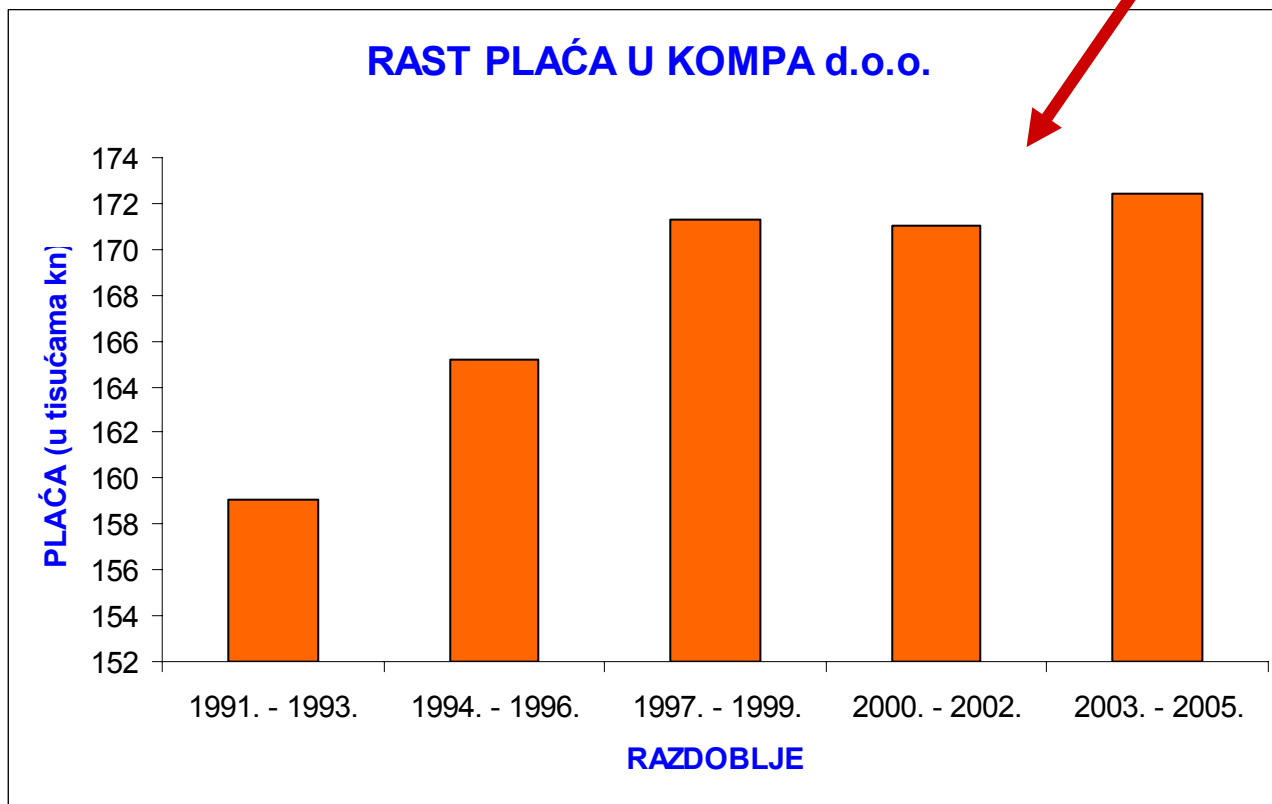
STUPČASTI DIJAGRAM – SKALIRANJE (3)

vertikalno skaliranje smanjuje razlike u visinama
(stabilnost kompanije)



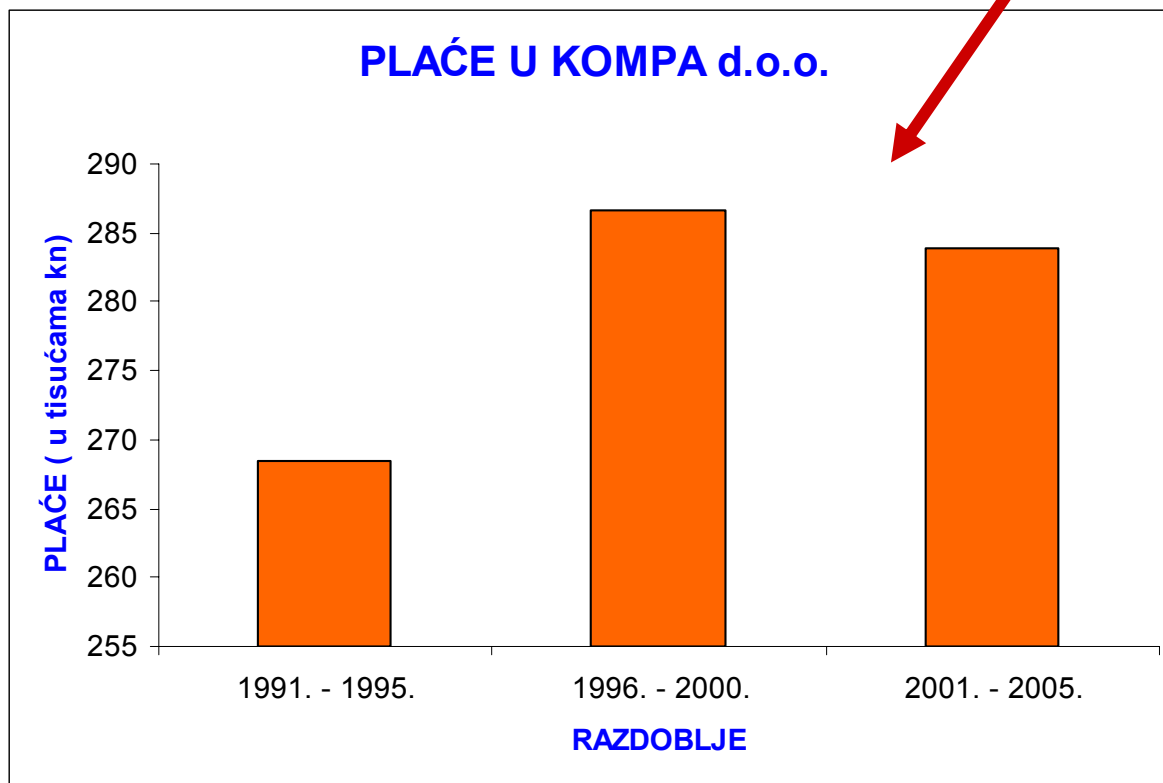
STUPČASTI DIJAGRAM – SKALIRANJE (4)

ovako plaće rastu
(grupiranje podataka)



STUPČASTI DIJAGRAM – SKALIRANJE (5)

nije baš svako grupiranje poželjno



STUPČASTI DIJAGRAM – MANIPULIRANJE PODACIMA

Primjer.

Policijska uprava jedne županije želi pokazati efikasnost primjene zakona o sigurnosti u prometu (odredba o 0.0 promila). Kako da prikaže prikupljene podatke?

MJESEC	BROJ NESREĆA POD UTJECAJEM ALKOHOLA	MJESEC	BROJ NESREĆA POD UTJECAJEM ALKOHOLA
siječanj	2	srpanj	5
veljača	1	kolovoz	4
ožujak	1	rujan	1
travanj	3	listopad	2
svibanj	4	studenj	1
lipanj	5	prosinac	3

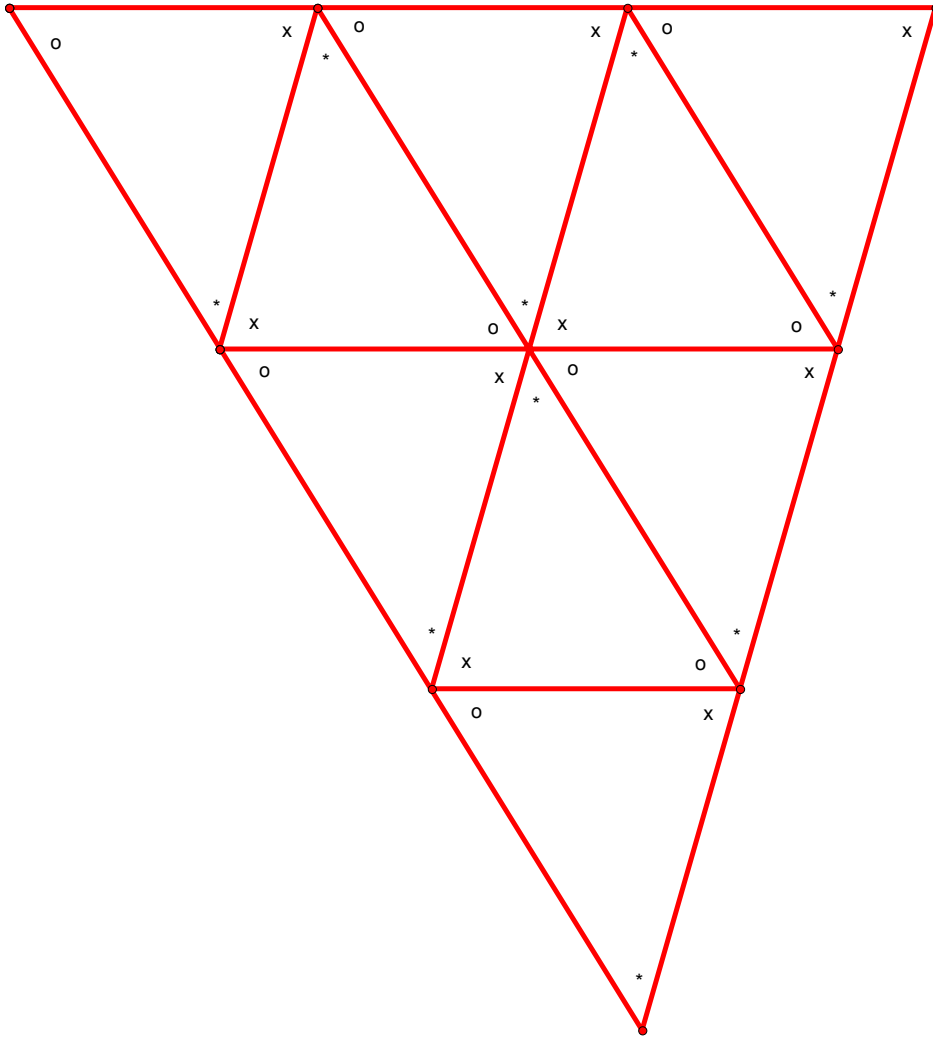
STUPČASTI DIJAGRAM – MANIPULIRANJE PODACIMA (2)

Rješenje.

Neke od mogućnosti su:

- skaliranje vertikalne osi
- grupiranje podataka (podaci po npr. tromjesečjima)
- prikazivanje selekcije podataka (npr. podatke za svaki treći mjesec)

JEDNA SLIKA ZA TISUĆU RIJEČI



Koje sve geometrijske poučke možemo očitati s ove slike?

MATEMATIČKI BINGO

Cilj aktivnosti:

- na zanimljiv i zabavan način uvježbati operacije s cijelim brojevima

Potreban materijal:

- prazan “Bingo” listić za svakog učenika
- ispisana lista svih cijelih brojeva od -15 do 15 za voditelja igre (za kontrolu igre)
- 31 kartica s po jednim zadatkom čije je jedinstveno rješenje cijeli broj od -15 do 15 (rješenja su različita, tj. zastupljeno je svih 31 brojeva)

MATEMATIČKI BINGO (2)

PRAZNA "BINGO" KARTICA ZA SVAKOG IGRAČA

MATEMATIČKI BINGO (3)

Tok igre:

- svaki igrač kemijskom olovkom po volji svoj “Bingo” listić ispuni različitim cijelim brojevima od -15 do 15 (njih 25)

5	-4	-2	12	0
-7	10	-10	1	9
3	-5	-14	2	-9
-1	4	6	-6	8
-8	11	-12	13	15

PRIMJER ISPUNJENOG “BINGO” LISTIĆA

MATEMATIČKI BINGO (4)

Tok igre (nastavak):

- voditelj igre nasumce izvlači karticu sa zadatkom i zadatak zapisuje na ploču (ili čita naglas)
- svaki učenik samostalno rješava postavljeni zadatak i njegovo rješenje (cijeli broj od -15 do 15) zaokružuje na svom “Bingo” listiću (ako na njemu postoji taj broj)
- voditelj igre izvlači novu karticu sa zadatkom itd.
- pobjednik je učenik koji prvi na svom listiću ima sve zakružene brojeve u jednom retku, stupcu ili dijagonali

MATEMATIČKI BINGO (5)

PRIMJER 31 KARTICE SA ZADACIMA:

$(-5) \cdot 3 =$	$-9 - 5 =$	$13 \cdot (-1) =$	$4 \cdot (-3) =$	$-12 - (-1) =$
$5 \cdot (-2) =$	$(-3) \cdot 3 =$	$(-10) - (-2) =$	$-4 - 3 =$	$-7 - (-1) =$
$-5 + 0 =$	$-8 : 2 =$	$9 : (-3) =$	$0 - 2 =$	$-8 : 8 =$
$-7 - (-7) =$	$-2 - (-3) =$	$-8 : (-4) =$	$-9 : (-3) =$	$8 : 2 =$
$(-1) \cdot (-5) =$	$(-3)(-2) =$	$(-7)(-1) =$	$(-4)(-2) =$	$(-18) : (-2) =$
$20 : 2 =$	$9 + 2 =$	$7 - (-5) =$	$5 - (-8) =$	$7 - (-7) =$
$6 - (-9) =$				

MATEMATIČKI BINGO (6)

Moguće modifikacije aktivnosti:

- zadaci mogu biti drukčiji, npr. s više (istih ili različitih) računskih operacija ili problemski (tekstualni)
- aktivnost se može primijeniti i u drugom matematičkom kontekstu
 - ekvivalentni razlomci
 - operacije s razlomcima
 - različiti prikazi racionalnih brojeva (razlomak, decimalni broj, postotak)
 - sukladnost trokuta
 - opsezi i površine itd.

MATEMATIČKI BINGO (7)

Moguće poteškoće:

- učenici različitih matematičkih sposobnosti
- moguća pomoć:
 - slabijim učenicima dozvoliti upotrebu kalkulatora
 - aktivnost provoditi u parovima
 - svaki postavljeni zadatak riješiti na ploči (rješavaju učenici!)

MATEMATIČKI LANAC

Cilj aktivnosti:

- aktiviranjem cijelog razreda uvježbati ili ponoviti račun s racionalnim brojevima i njihovim različitim zapisima

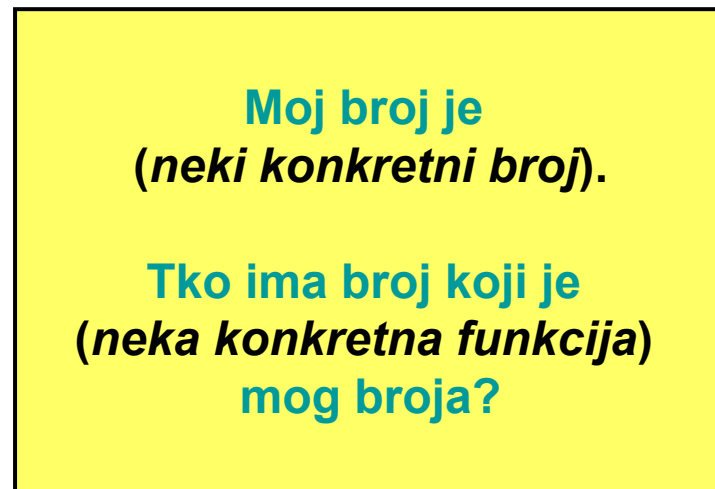
Potreban materijal:

- dovoljan broj kartica sa zadacima, tako da svaki učenik u razredu dobije bar dvije kartice
 - npr. 61 kartica za razred od 30 učenika – jedna kartica je za učitelja koji počinje igru

MATEMATIČKI LANAC (2)

Tok aktivnosti:

- na svakoj od kartica nalazi se broj te zadatak vezan uz taj broj



- rješenje svakog zadatka nalazi se na točno jednoj od preostalih kartica (rješenja su različita, kao i brojevi na karticama)

MATEMATIČKI LANAC (3)

Tok aktivnosti (nastavak):

- svaki učenik nasumce bira određeni broj kartica sa zadacima
- učitelj zadržava jednu karticu i počinje igru čitajući tekst sa kartice
- svi učenici (svatko za sebe) rješavaju postavljeni zadatak, a netko od njih i na ploči (ako je potrebno)
- učenik koji na svojoj kartici ima broj koji je rješenje zadatka nastavlja igru na isti način
- pobjednik je učenik koji prvi “ostane bez svih kartica”
- igra se nastavlja dok se ne riješe svi zadaci
- ako su svi zadaci točno riješeni, rješenje zadnjega od njih je broj na učiteljevoj kartici (broj kojim je igra započela)

Moj broj je 10. Tko ima polovinu mog broja?	Moj broj je 5. Tko ima moj broj uvećan za 40?	Moj broj je 45. Tko ima moj broj podijeljen s 5?
Moj broj je 9. Tko ima drugi korijen mog broja?	Moj broj je 3. Tko ima $\frac{3}{2}$ mog broja?	Moj broj je 4.5. Tko ima moj broj podijeljen s 0.3?
Moj broj je 15. Tko ima $\frac{2}{5}$ mog broja umanjeno za svoju trećinu?	Moj broj je 4. Tko ima 120% mog broja?	Moj broj je $\frac{24}{5}$. Tko ima moj broj pomnožen sa $\frac{17}{6}$?
Moj broj je 13.6. Tko ima broj 15 puta veći od mog?	Moj broj je 204. Tko ima broj za $10 \cdot 4^2$ veći od mog broja?	Moj broj je 364. Tko ima moj broj umanjeno za 25% svoje vrijednosti?

PRIMJER LANCA S 20 KARTICA

Moj broj je 273. Tko ima moj broj podijeljen sa $\frac{3}{5}$?	Moj broj je 455. Tko ima moj broj pomnožen razlikom brojeva 0.83 i $\frac{3}{4}$?	Moj broj je 36.4. Tko ima moj broj uvećan za 40% broja 9?
Moj broj je 40. Tko ima moj broj pomnožen s 0.3?	Moj broj je 12. Tko ima rezultat dijeljenja mog broja s 0.15?	Moj broj je 80. Tko ima razliku $\frac{4}{5}$ mog broja i broja -24?
Moj broj je 88. Tko ima broj svih različitih prostih faktora mog broja?	Moj broj je 2. Tko ima moj broj uvećan za 20% broja 40?	

MATEMATIČKI LANAC (4)

Moguće modifikacije:

- zadaci mogu biti različitih razina zahtjevnosti pa učitelj može odabrati koje od njih će dati učenicima ispodprosječnih, a koje onima iznadprosječnih matematičkih sposobnosti
- ova aktivnost može se primijeniti i u drugim matematičkim kontekstima

POTAPANJE PODMORNICA

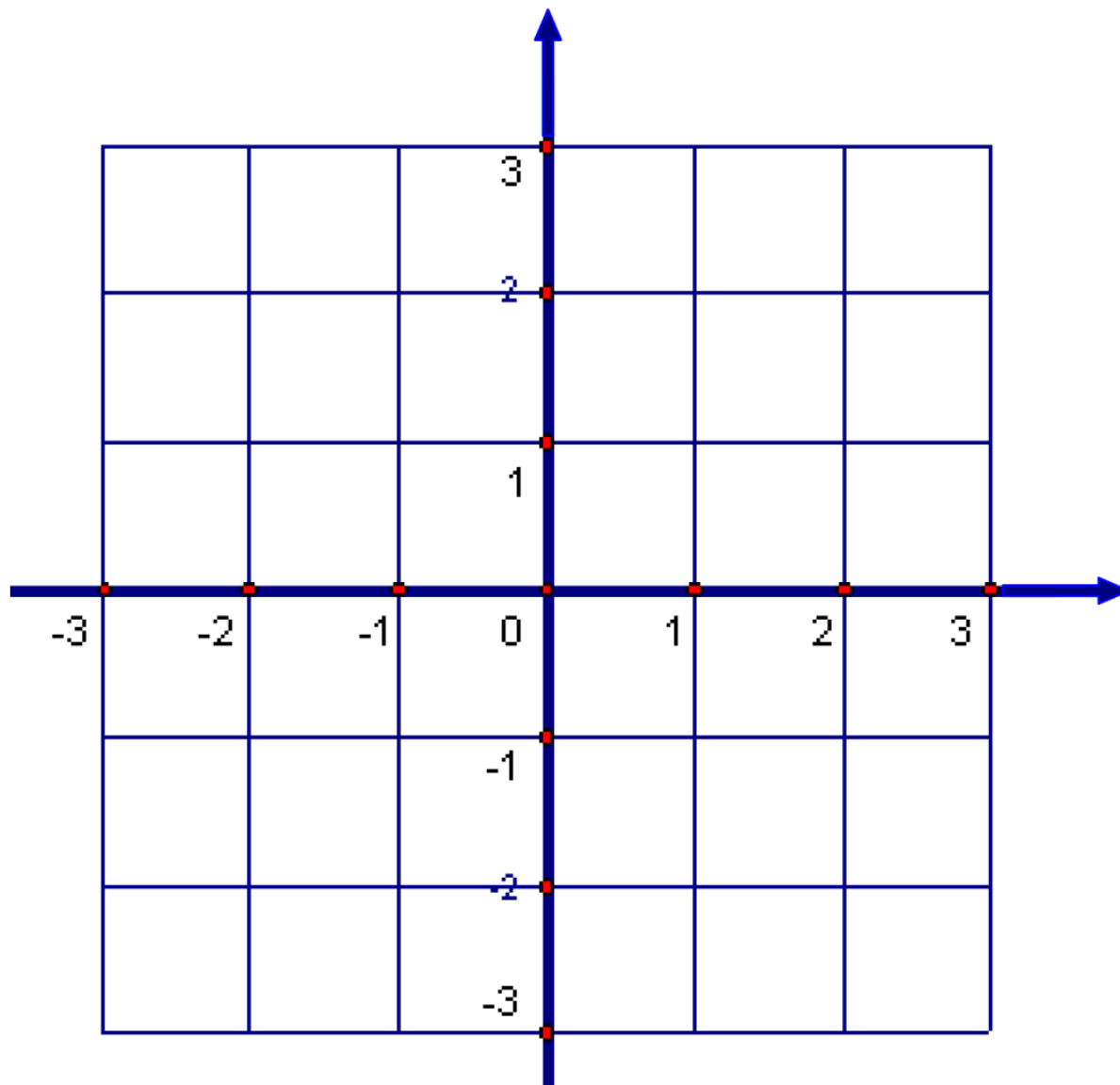
Cilj aktivnosti:

- igrom u parovima, na zabavan način uvježbati crtati i čitati točke u pravokutnom koordinatnom sustavu u ravnini

Potreban materijal:




- dva identična pravokutna koordinatna sustava u ravnini i prazna tablica za bilježenje toka igre za svakog igrača

PRIMJER PRAVOKUTNOG KOORDINATNOG SUSTAVA ZA IGRU

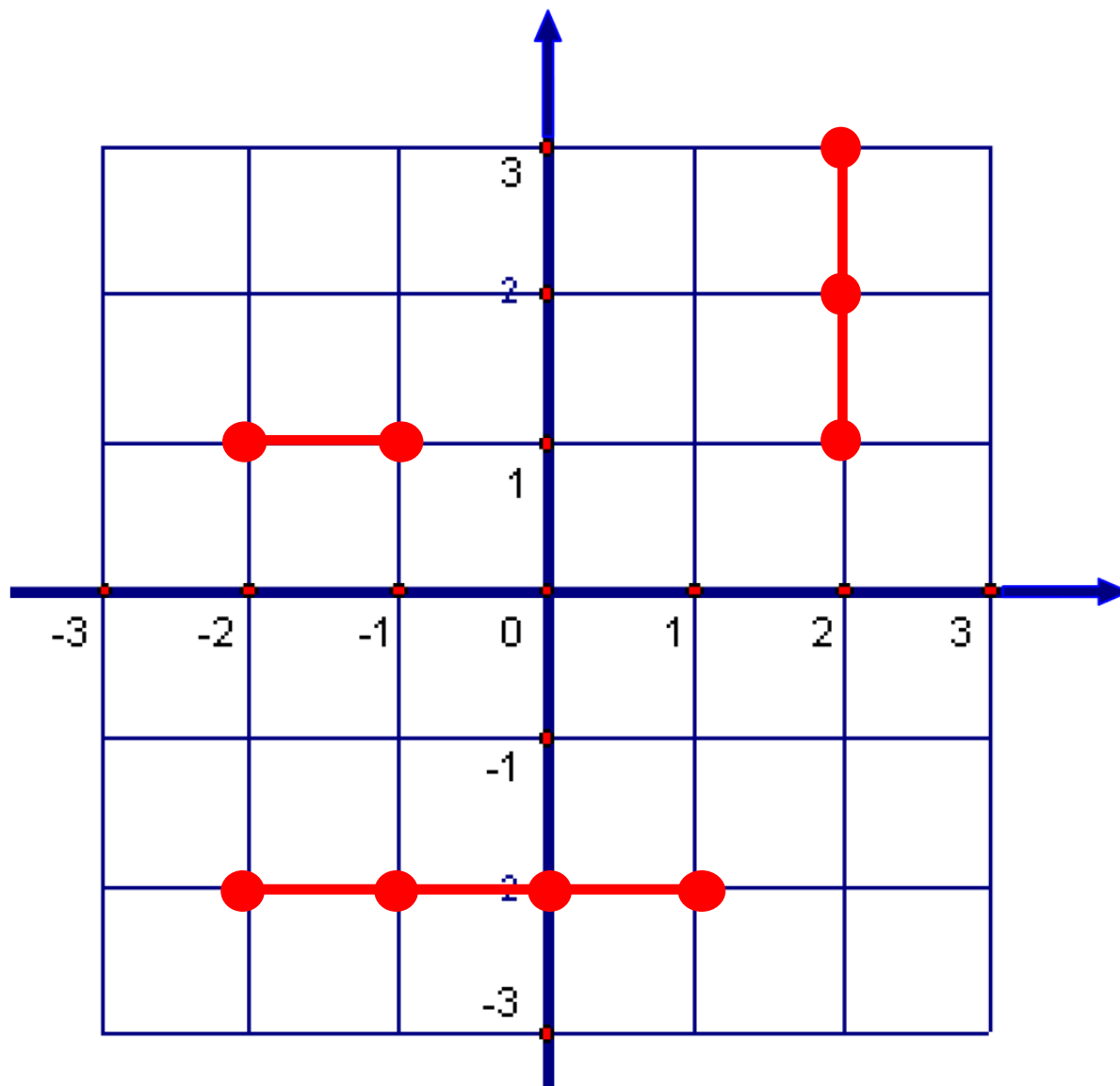


POTAPANJE PODMORNICA

Tok aktivnosti:

- standardna igra potapanja podmornica
- igrači igraju u paru, a svakom od njih na raspolaganju su tri podmornice, sa susjednim točkama udaljenima za jediničnu duljinu:
 - jedna „dvotočkovna“ 
 - jedna „trotočkovna“ 
 - jedna „četverotočkovna“ 
- njih svaki igrač po vlastitom izboru smješta u koordinatni sustav, horizontalno ili vertikalno
- cilj je svakog igrača u što manje pokušaja pogoditi sve protivničke podmornice
- podmornica je potopljena ako su pogođene sve njene (cjelobrojne) točke

PRIMJER RASPOREDA PODMORNICA



TOČKA	POGODAK (DA / NE)
(0, 0)	NE
(1, 0)	NE
(-2, 0)	NE
(-2, 1)	DA
(-2, 2)	NE
(-1, 1)	DA
(0, 1)	NE
...	...



potopljena "dvotočkovna"
podmornica

IGRA MEMORIJE ILI KARATA

TRI RAZLIČITA PRIKAZA RACIONALNOG BROJA

56.25%	0.5625	0.205
8%	0.75	75%
6.75	$\frac{432}{64}$	0.08

12.5%	3.8	380%
$\frac{27}{4}$	$\frac{41}{200}$	0.125
$\frac{1}{8}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{2}{25}$

$\frac{9}{16}$	$\frac{19}{5}$	$\frac{3}{4}$
18%	0.180	20.5%

IGRA KARATA

EKVIVALENTNI RAZLOMCI

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{12}$
$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{8}{16}$
$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{8}$
$\frac{6}{24}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{10}{15}$

IGRA KARATA (2)

$\frac{6}{9}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{18}{12}$
$\frac{9}{6}$	$\frac{12}{8}$	$\frac{24}{16}$
$\frac{6}{10}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{9}{15}$
$\frac{15}{25}$	$\frac{10}{8}$	$\frac{15}{12}$

$\frac{20}{16}$	$\frac{30}{24}$	$\frac{3}{15}$
$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{5}{25}$